PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. 1. März 1919. Redaktionsschluß für No. 7 am 13. März 1919. 20. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:
L. Vegard, Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. I. Teil. S. 97.
W. Hahnemann u. H. Hecht, Schallgeber und Schallempfänger. I. S. 104.
H. Witte, Über den Schraum. Dritte Mitteilung: Zur scheinbaren Größe des Mondes. S. 114.
Tagesereignisse. S. 120.
Personalien. S. 120.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome.

Von L. Vegard.

I. Teil.

Übersicht der ersten Arbeiten.

§ 1. Im Laufe des letzten Jahres habe ich einige Arbeiten über die Erklärung der Röntgenspektren veröffentlicht. Die ersten zwei Mitteilungen wurden am 23. und 30. Oktober an die Kristiania Vid. Selsk. eingeliefert und sind später in den Verhandlungen der D. phys. Ges.[1]) veröffentlicht.

In einer weiteren Abhandlung[2]) die in Phil. Mag. für April 1918 erschienen ist, sind dieselben Fragen und noch einige andere einer noch ausführlicheren Behandlung unterworfen worden.

Seitdem habe ich mich weiter mit dem Problem beschäftigt und auf Grund der von mir aufgestellten „Hypothese der wachsenden Quantenzahlen, der normalen Elektronenringe“ ist es mir gelungen, die Frequenzformeln derart zu verallgemeinern, daß man nicht nur die Hauptlinie jeder Serie, sondern auch die weiteren Linien in befriedigender Weise erklären kann. Außerdem geben die verallgemeinerten Formeln, die auf „dem Prinzip der Wiedervereinigung von Sekundärkreisen“ bauen, quantitativ richtige Werte für die Abweichung von Kossels Relationen.

Endlich führen die Gleichungen der Emissionsspektren durch ganz einfache Überlegungen zu allgemeinen Formeln für die Frequenzen der Absorptionskanten, die eine sehr gute Übereinstimmung mit der Erfahrung geben.

Eine ausführlichere Beschreibung dieser neuen Untersuchungen ist in einer Abhandlung, die am 18. September an die Kristiania Vid. Selsk. eingesandt wurde, und die in Kürze in Phil. Mag. erscheinen wird, gegeben (Veröffentlichung IV).

Die allgemeinere Fassung des Problems führt zu der früher gefundenen Anzahl von Elektronen in den zwei ersten Ringen (K- und L-Ring).

Für die übrigen Ringe, die in meinen ersten Aufsätzen mehr andeutungsweise angegeben wurden, führt die allgemeine Lösung des Problems zu einigen Änderungen.

Da die ganze Theorie in ihrer jetzigen Form sich nur allmählich und schrittweise entwickelt hat, dürfte ein kurzer Überblick über die Arbeiten und die jetzige Lage der Theorien nicht ohne Interesse sein.

Die wichtigsten Ergebnisse der Veröffentlichung I, II und III sind kurz die folgenden:

1. Es wurde gezeigt, daß es möglich ist, mehrere Frequenzformeln für die K_α-Linie aufzustellen, die vom numerischen Gesichtspunkt aus ziemlich gleichwertig sind. Welche Formel die richtige ist, muß durch die Leistungsfähigkeit der zugrunde liegenden Hypothese und durch physikalische Überlegungen entschieden werden.

In dieser Hinsicht muß der Formel von Debye[1]) der Vorzug gegeben werden.

2. Überlegungen in betreff der Absorptionsverhältnisse führten mich mit Notwendigkeit zu der Annahme, daß die L-Linien nicht durch Wiedervereinigung eines Elektrons gegen einen K-Kreis entstehen können. Die L-Linien mußten durch Wiedervereinigung gegen einen normalen L-Ring, der zuvor ein Elektron verloren hatte, entstehen.

3. Wenn wir das Frequenzgesetz von Bohr:

$$h\nu = E_2 - E_1 \qquad (1)$$

auf die L-Linien übertragen, muß man die von Bohr aufgestellte Hypothese, daß in dem normalen Atome jedes Elektron ein Impulsmoment von $\frac{h}{2\pi}$ hat, aufgeben.

1) L. Vegard, Über die Erklärung der Röntgenspektren. Verh. d. D. phys. Ges. 1917, 328 (Veröffentlichung I); Der Atombau auf Grundlage der Röntgenspektren, ebenda 1917, 344 (Veröffentlichung II).

2) L. Vegard, The X-ray Spectra and the Constitution of the Atom. Phil. Mag. 35, 293, 1918 (Veröffentlichung III).

1) P. Debye, diese Zeitschr. 18, 276, 1917.

4. Statt der Bohrschen Hypothese des unveränderlichen Momentes wurde die Hypothese der veränderlichen Quantenzahlen der normalen Ringe aufgestellt.

Jedes Elektron desselben Elektronenkreises hat nach dieser Hypothese ein Impulsmoment:

$$m\omega a^2 = n\frac{h}{2\pi},$$

wo ω die Winkelgeschwindigkeit, m die Masse, a der Radius des Kreises und n eine ganze Zahl, die „Quantenzahl des Kreises", ist, die auf Grund der beobachteten Spektren in jedem Falle zu bestimmen ist.

Der Radius des Kreises ist durch die Gleichung:

$$a = \frac{e^2}{2hR}\frac{n^2}{N-p-S_q} \qquad (2)$$

bestimmt. N ist die Atomzahl des betreffenden Elements, q die Anzahl der Elektronen im Ringe, p die Anzahl der Elektronen zwischen dem Kern und dem Ringe, und

$$S_q = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{i=q-1}\frac{1}{\sin i\frac{\pi}{q}}.$$

Wir sehen, daß der Radius mit wachsendem n wächst. Wenn wir demnach vom Kern nach außen gehen, können die Quantenzahlen niemals abnehmen. Dagegen ist an sich die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, daß mehrere Ringe mit derselben Quantenzahl existieren können.

Solche Ringe mit gleichen Quantenzahlen müssen nahe aufeinander folgen, und müssen Linien geben, welche derselben Liniengattung angehören.

5. Auf Grund der erwähnten Hypothese der wachsenden Quantenzahlen der normalen Ringe wurden Frequenzformeln für die Röntgenspektren aufgestellt, und zwar unter den folgenden zwei Voraussetzungen:

a) Das Elektron rekombiniert sich mit dem gesprengten Ringe von einem selbständigen Stabilitätskreise aus (Wiedervereinigung von Sekundärkreisen),

b) das Elektron rekombiniert sich von einem der normalen äußeren Elektronenkreise des Atoms aus, (Wiedervereinigung von Primärkreisen).

Beide Voraussetzungen führten zu Frequenzformeln von der richtigen Form. Ohwohl die zweite Annahme durch passende Wahl der Elektronenzahl der K- und L-Ringe zu ganz guter Übereinstimmung für die K_α-Linie führte, wurde diese Annahme aus näher angegebenen Gründen aufgegeben, und die Deutung der Linien wurde unter der Voraussetzung a) weitergeführt.

6. Die Annahme, daß die Wiedervereinigung von Sekundärkreisen aus geschieht, ergab für K_α eine Frequenzformel, die mit der von Debye aufgestellten identisch ist. Sie führte auch zu einer befriedigenden Formel für die α-Linien der L- und M-Serie.

Die Bestimmung der L-Frequenzen führte zu einem L-Ring von 7 Elektronen mit der Quantenzahl 2.

Die Elektronenzahl des M-Ringes hängt davon ab, ob man einen oder zwei L-Ringe annimmt. In meinen ersten Arbeiten ist angedeutet, daß möglicherweise noch ein zweiter L-Ring außerhalb des ersten mit 8 Elektronen von dem Entstehen der l-Serie Rechenschaft geben könnte. In diesem Falle müßte man für den M-Ring 9 oder 10 Elektronen annehmen.

Später habe ich gefunden, daß, wenn nicht mehrere Ringe mit derselben Quantenzahl angenommen werden, man für M die beste Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment bekommt, wenn man einen dreiquantigen M-Ring mit 12 Elektronen annimmt.

7. Ein Versuch die Doublette der L-Serie, z. B. $(\alpha\beta)$ und $(\gamma\delta)$ in der von Sommerfeld angegebenen Weise zu erklären, führte mich zu der Annahme, daß auch Systeme von Elektronen ganz bestimmte elliptische Bahnen beschreiben können. Man muß sich etwa denken, daß alle Elektronen des L-Systems sich in Ellipsen mit gemeinsamem Brennpunkt bewegen, und daß die Hauptachsen radial mit gleichem Winkelabstand angeordnet sind. Besitzen außerdem sämtliche Elektronen dieselbe Phase, so werden in jedem Augenblick die Elektronen in Kreisen um den Kern angeordnet sein. Die Radien der Kreise aber ändern sich periodisch mit der Zeit[1]).

8. Auf Grundlage der durch die Deutung der Röntgenspektren gewonnenen Kenntnisse der inneren Elektronensysteme und mit Hilfe der Annahme, daß chemisch verwandte Elemente dieselbe Anzahl Elektronen im äußeren Ringe besitzen, wurde ein allgemeines Schema für die Konstitution sämtlicher Atome gewonnen.

Die vorgeschlagene Anordnung der Elektronen zusammen mit unserer grundlegenden Hypothese der wachsenden Quantenzahlen zeigte sich imstande auf die Ursache der Verwandtschaftsverhältnisse der Elemente, wie sie im periodischen System zum Ausdruck kommt, einen Ausblick zu eröffnen.

1) In einer kürzlich erschienenen Arbeit hat Sommerfeld (diese Zeitschr. 19, 297, 1918) dieselbe Auffassung geäußert.

Gewisse Überlegungen führten zu der Ansicht, daß die kinetische Energie eines Elektrons im äußeren Ringe sowohl für den elektronegativen Charakter als für die elektrische Leitfähigkeit maßgebend sei.

Der Grad der Elektropositivität und die Leitfähigkeit sollten wie die Größe

$$1/\sigma = \frac{n^2}{(p - S_p)^2} \qquad (3)$$

variieren. n ist die Quantenzahl und p die Anzahl der Elektronen des äußeren Ringes.

Die Elemente derselben Periode (Elemente zwischen zwei aufeinander folgenden Edelgasen) besitzen nach unserem Konstitutionsschema dieselbe Quantenzahl n. In den ersten kurzen Perioden wächst die Anzahl der Elektronen fortlaufend von 1 bis 7. Gleichzeitig zeigt die Größe $1/\sigma$ eine Abnahme, welche genau der Abnahme der Elektropositivität und der elektrischen Leitfähigkeit entspricht.

Bei den langen Perioden z. B. zwischen *Ar* und *Kr* wächst die Anzahl p mit steigender Atomzahl (N) erst von $p = 1$ (*K*) zu $p = 10$ (*Ni*), dann wieder von $p = 1$ (*Cu*) zu $p = 7$ (*Br*). Diese bedingt eine Abnahme von $1/\sigma$ von *K* bis *Ni*, und dann eine plötzliche Zunahme bei *Cu*, die wieder durch eine Abnahme von *Cu* bis *Br* begleitet ist. Auch diese typische Variation finden wir in der Variation der Elektropositivität und der elektrischen Leitfähigkeit wieder.

Betrachten wir chemisch verwandte Elemente, so ist p konstant und $1/\sigma$ ist proportional mit n^2. Nehmen wir in Übereinstimmung mit unsrer Hypothese der wachsenden Quantenzahlen an, daß die Quantenzahlen der verschiedenen Perioden als ganze Zahlen, nämlich (1, 2, 3 ....) (oder vielleicht 2, 3, 4 ....) wachsen, so wird $1/\sigma$ für verwandte Elemente mit wachsenden Atomzahlen zunehmen. Hierdurch erklärt sich einfach die Zunahme der Elektropositivität (metallischen Charakters) und der elektrischen Leitfähigkeit bei chemisch verwandten Elementen, wenn wir nach höheren Atomzahlen gehen.

Der Radius (a) des äußeren Elektronenringes ist durch die Gleichung

$$a = a_H \frac{n^2}{p - S_p} \qquad (4)$$

gegeben und zeigt eine ähnliche Variation wie die Größe $1/\sigma$.

Unzweifelhaft ist anzunehmen, daß das Atomvolumen von dem Radius a abhängt. Jedoch ist zu erwarten, daß das Atomvolumen auch in bedeutendem Grade von der Art der Zusammenlagerung der Atome abhängig ist, und deshalb können wir nicht ohne weiteres eine genaue Übereinstimmung zwischen der Variation von a und derjenigen des Atomvolumens erwarten. Ein Blick auf die Atomvolumkurven zeigt sofort eine gewisse Übereinstimmung, die besonders für die Alkalien und Erdalkalien zum Vorschein kommt. Der Anstieg des Atomvolumens am Ende jeder Periode ist aber ganz entgegengesetzt der Variation von a, und muß wohl durch die Bindungsart der Atome bedingt sein. Insofern eine Ähnlichkeit zwischen den Veränderungen von a und dem Atomvolumen existiert, stimmen sie mit der früher gemachten Annahme überein, daß innerhalb jeder Periode die Quantenzahl dieselbe ist, und daß die Quantenzahlen der aufeinander folgenden Perioden als ganze Zahlen (1, 2, 3 ....) anzunehmen sind.

II.

Die Verallgemeinerung der Frequenzformeln.

§ 2. Allgemeine Bemerkungen über Wiedervereinigung zwischen Primärkreisen.

Um die Frequenzformeln von irgendeiner der beiden Wiedervereinigungshypothesen aus abzuleiten, sind weitere ergänzende Annahmen erforderlich. In der kürzlich veröffentlichten Arbeit IV habe ich die verschiedenen möglichen Nebenannahmen einer eingehenden Untersuchung unterworfen. Dadurch bin ich zu ganz bedeutungsvollen Erweiterungen der vorher gewonnenen Resultate geführt worden.

Die Verallgemeinerungen gründen sich auf die Tatsache, daß die Entfernung eines Elektrons von einem Ringe eine Änderung der Bewegung der Elektronen der äußeren Ringe zur Folge hat. Jedenfalls muß, wenn die Wiedervereinigung von Primärkreisen aus stattfindet, diese Änderung näher angegeben werden.

Um den verschiedenen Möglichkeiten eine exakte Formulierung zu geben, führen wir den Ausdruck der „Ringenergie" E ein

$$E = C - \frac{2hRq}{\varrho}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho}{n^2}\left(N - p - S_q\right)^2}\right)$$
$$= C - W(n, p, q) \qquad (5a)$$

indem wir:

$$W(n,p,q) = \frac{2hRq}{\varrho}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho}{n^2}\left(N - p - S_q\right)^2}\right) \qquad (5b)$$

einführen.

ϱ ist eine Konstante $= 5{,}30 \cdot 10^{-5}$, R ist Rydbergs Konstante $3{,}292 \cdot 10^{15}$. Die übrigen Größen haben dieselbe Bedeutung wie vorher.

Es ist auch zweckmäßig, den folgenden Ausdruck einzuführen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{W(n,p,q)}{hR} = V(n,p,q) = \\ = \frac{2q}{\varrho}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho}{n^2}(N-p-S_q)^2}\right).\end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

Wird die Variation der Elektronenmasse mit der Geschwindigkeit außer Betracht gelassen, so bekommt man:

$$V_0(n,p,q) = \frac{q}{n^2}(N-p-S_q)^2. \quad (6b)$$

Da ϱ eine kleine Größe ist, kann man „(6a)" in einer schnell konvergierenden Reihe entwickeln; in erster Annäherung ist:

$$V(n,p,q) = V_0 + \frac{\varrho}{4q}V_0^2. \quad (6c)$$

Wir werden zuerst die Wiedervereinigung von Primärkreisen betrachten.

Damit man homogene Strahlung erhalten soll, muß die Veränderung der Bewegung, welche die Entfernung des Elektrons (Erregungsprozeß) begleitet, eine ganz bestimmte sein.

Man wird dann auf die folgenden zwei Möglichkeiten geleitet:

1. Durch den Erregungsprozeß wird die Energie der äußeren Elektronenkreise nicht geändert (Unveränderlichkeit der Energie). Auch nach dem Erregungsprozeß ist die Energie eines Kreises $C = W(n,p,q)$, wo p die Anzahl der Elektronen ist, welche — in normalem Zustand des Atoms — sich innerhalb des Kreises befinden.

2. Wegen der einschneidenden Rolle, welche das Impulsmoment im Aufbau der Atome spielt, wäre die natürliche Annahme die, daß auch nach der Erregung sämtliche zurückbleibende Elektronen ihre Impulsmomente unverändert halten.

Unter dieser Voraussetzung würde die Entfernung eines Elektrons von einer Energieänderung der äußeren Elektronenringe begleitet sein, und zwar nimmt die Energie ab um eine Größe $\triangle E$, wo:

$$\triangle E = W(n,p-1,q) - W(n,p,q). \quad (7)$$

Diese Energie $\triangle E$ könnte entweder in der Form von Strahlung die Atomringe verlassen oder sie könnte für das Austreiben des Elektrons (Erregungsprozeß) nutzbar sein. Wie wir später sehen werden, ist letztere Annahme wohl unzweifelhaft die richtige.

In meiner Abhandlung III habe ich die erste Hypothese vorgezogen, und zwar aus dem folgenden Grunde:

Nehmen wir an, daß das von einem Ring (i) weggeführte Elektron durch ein von dem (k) Kreis kommendes Elektron ersetzt wird, so gibt die Bohrsche Frequenzbedingung unter der Annahme unveränderlicher Energie die Frequenzformel:

$$\begin{aligned}\frac{\nu}{R} = V(n_i,p_i,q_i) - V(n_i,p_i,q_i-1) - V(n_k,p_k,q_k) + \\ + V(n_k,p_k,q_k-1). \quad (8a)\end{aligned}$$

Die Annahme einer Rekombination zwischen Primärkreisen stützt sich auf die Kosselschen Relationen, z. B.

$$\nu_{K_\beta} = \nu_{K_\alpha} + \nu_{L_\alpha} \quad (9)$$

und wie leicht einzusehen ist, wird die Kosselsche Relation ganz allgemein durch die Gleichung (8a) identisch erfüllt sein.

Unter der Annahme, daß das Winkelmoment sich ungeändert hält, und nur die Energieänderung der beiden Ringe (i) und (k) in das Strahlungsquantum eingeht, fand ich ursprünglich die Frequenzformel:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\nu}{R} = V(n_i,p_i,q_i) - V(n_i,p_i,q_i-1) \\ - V(n_k,p_k-1,q_k) + V(n_k,p_k,q_k-1).\end{aligned}\right\} \quad (8b)$$

Diese Frequenzformel gibt eine zu große Abweichung von den Kosselschen Relationen und deshalb habe ich in der Abhandlung III nur die Frequenzformel unter der Voraussetzung von Unveränderlichkeit der Energie beibehalten.

Später aber habe ich gefunden, daß es möglich ist auch die Hypothese der Unveränderlichkeit der Momente mit den Kosselschen Relationen in Übereinstimmung zu bringen.

Die Elektronenringe, welche das rekombinierende Elektron auf dem Wege von dem (k) bis zu dem (i) Ring passiert, werden auch durch die Wiedervereinigung (Emissionsprozeß) ihre Energie ändern. Nehmen wir an, daß die Energieverminderung derjenigen außerhalb des (i) Ringes liegenden Kreise für die Bewegung des Elektrons nutzbar sein wird (und nicht ausstrahlt), so ist es das wahrscheinlichste, daß auch bei der Wiedervereinigung die Energieänderungen der zwischenliegenden Kreise in umgekehrter reversibler Weise in den Emissionsprozeß eingehen. Mit anderen Worten: das ganze Ringsystem bildet von i bis k etwas Ganzes und es ist die Energieänderung des ganzen Systems, welche wir in dem ausgestrahlten Energiequantum wiederfinden.

Unter dieser Voraussetzung erhält man leicht die folgende Frequenzformel:

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_i^k = V(n_i, p_i, q_i) - V(n_i, p_i, q_i - 1) + \sum_{l=i+1}^{l=k-1} [V(n_l, p_l, q_l) - V(n_l, p_l - 1, q_l)] + V(n_k, p_k, q_k - 1) - V(n_k, p_k - 1, q_k). \quad (10)$$

Ist j ein Ring zwischen (i) und (k), so findet man leicht:

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_i^k = \left(\frac{\nu}{R}\right)_i^j + \left(\frac{\nu}{R}\right)_j^k$$

oder die Kosselschen Relationen sind allgemein und identisch erfüllt.

Wenn man die V-Funktionen aus Gleichung (6c) einführt, kann man die Frequenzgleichung leicht auf folgende Form bringen:

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_i^k = \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2}\right) N^2 - BN + C + \varepsilon \quad (11a)$$

wo:

$$\tfrac{1}{2} B = \frac{\Phi(q_i) + p_i}{n_i^2} - \frac{\Phi(q_k) + p_k - q_k}{n_k^2} + \sum_{l=i+1}^{l=k-1} \frac{q_l}{n_l^2}$$

$$C = \frac{\varphi(p_i, q_i)}{n_i^2} - \frac{\varphi(p_k, q_k) - 2q_k(p_k - S_{q_k} - \frac{1}{2})}{n_k^2} + \sum_{l=i+1}^{l=k-1} \frac{2q_l}{n_l^2} (p_l + S_{q_l} - \tfrac{1}{2})$$

Die Funktionen Φ und φ sind dieselben, welche schon in der Arbeit III eingeführt wurden

$$\Phi(q) = q(S_q - S_{q-1}) + S_{q-1}$$
$$\varphi(p, q) = q(2p + S_q + S_{q-1})(S_q - S_{q-1}) + (p + S_{q-1})^2. \quad (11b)$$

Die Größe ε ist die Korrektion für die Änderung der Masse mit der Geschwindigkeit. Man findet sie in erster Annäherung zu:

$$\varepsilon = \frac{\varrho}{4}\left\{q_i\left(\frac{N - a_i}{n_i}\right)^4 - (q_i - 1)\left(\frac{N - b_i}{n_i}\right)^4 - q_k\left(\frac{N - a_k + 1}{n_k}\right)^4 + (q_k - 1)\left(\frac{N - b_k}{n_k}\right)^4\right\} + \frac{\varrho}{4}\sum_{l=i+1}^{l=k-1} \frac{q_l}{n_l^4}[(N - a_l)^4 - (N - a_l + 1)^4], \quad (11c)$$

wo

$$a_i = p_i + S_{q_i}$$
$$b_i = p_i + S_{q_i - 1}.$$

Über die Bestimmung der Elektronenringe im Atom.

§ 3. Es zeigt sich, daß unsere Theorie zu einer Gleichungsform geführt hat, die mit der aus den Beobachtungen empirisch hergeleiteten genau übereinstimmt. Und es fragt sich, ob man die Größen n, p, q, in der Weise bestimmen kann, daß man das System von Linien in dem Röntgenspektrum erklären kann.

Es ist besonders die Größe „B^α", welche für die Bestimmung der q-Werte maßgebend ist.

Man darf nur die (α)-Linien jeder Serie für die (q)-Bestimmungen verwerten, denn die höheren Glieder lassen sich dann wegen der Kosselschen Relation aus den Hauptlinien aufbauen.

Für die Bestimmung der (q)-Werte kann man dann:

$$k = i + 1$$

setzen; B ist durch die Gleichung bestimmt:

$$\tfrac{1}{2} B = \frac{\Phi(q_i) + p_i}{n_i^2} - \frac{\Phi(q_{i+1}) + p_{i+1} - q_{i+1}}{n_{i+1}^2}.$$

Wenn wir $p_{i+1} = q_i + p_i$ setzen, können wir die Gleichung so schreiben:

$$\Phi(q_{i+1}) - q_{i+1} = \left(\frac{n_{i+1}}{n_i}\right)^2 \Phi(q_i) - q_i + A = f(q_i), \quad (12)$$

wo

$$A = p_i \frac{n_{i+1}^2 - n_i^2}{n_i} - \tfrac{1}{2} B n_{i+1}^2.$$

Nehmen wir eine bestimmte Linie, so ist B als annähernd bekannt anzusehen, und es handelt sich dann darum, Werte für q_i und q_{i+1} aufzusuchen, welche die Gleichung (12) annähernd befriedigen [1]).

Theoretisch sollte also, wie aus Arbeit III hervorgeht, eine einzige Linie die q-Werte der beiden Elektronenkreise geben.

Unter der Annahme 1 von der Erhaltung der Energie der äußeren Kreise gab eine einzige Linie (K_α) ganz bestimmte q-Werte für beide Kreise. So erhielt man eine gute Formel für K_α durch die Annahme:

$$q_1 = q_K = 4, \quad q_2 = q_L = 3.$$

Mit dem gefundenen q-Wert können wir aber nicht die Frequenzen der L_α-Linie berechnen.

Mit der Annahme 2 von der Unveränderlichkeit des Moments, die auf Gleichung (12) führt, steht die Sache etwas anders.

Wenn wir die linke Seite von (12) für verschiedene q-Werte berechnen, finden wir, daß

1) Siehe Veröffentlichung III, l. c. 1917, 307—308.

$\Phi(q_{i+1}) - q_{i+1}$ sich nur verhältnismäßig wenig mit q_{i+1} ändert, oder die Frequenz ändert sich nur verhältnismäßig wenig mit der Anzahl von Elektronen in dem für den Erregungsvorgang in Betracht kommenden äußeren Ring.

In Tabelle I sind die ersten Werte von $\Phi(q)$ und $\Phi(q) - q$ angegeben.

Tabelle I.

q	$\Phi(q)$	$\Phi(q) - q$	q	$\Phi(q)$	$\Phi(q) - q$
1	0,000	— 1,000	9	7,512	— 1,488
2	0,500	— 1,500	10	8,678	— 1,322
3	1,231	— 1,769	11	9,946	— 1,054
4	2,097	— 1,903	12	11,232	— 0,768
5	3,052	— 1,948	13	12,537	— 0,463
6	4,082	— 1,918	14	13,881	— 0,119
7	5,173	— 1,827	15	15,234	+ 0,234
8	6,305	— 1,695	16	16,604	+ 0,604

Wir sehen, daß $\Phi(q) - q$ nur allmählich von -1 bis zu einem Min. ($-1{,}948$) abnimmt und dann wieder allmählich ansteigt.

Geben wir q_i den früher unter Annahme einer Wiedervereinigung von Sekundärkreisen ausgefundenen Wert, so entspricht $q_{i+1} = 1$ der früher unter Verwertung dieser Annahme gefundenen Lösung.

Wir sehen aber, daß wenn $q_{i+1} = 1$ eine Lösung ist, auch höhere Werte von q_{i+1} eine annähernde Lösung geben. Welcher Wert von q_{i+1} die beste Übereinstimmung gibt, kann nur unter Berücksichtigung der Werte von C und ε entschieden werden. Da die Variation von q_{i+1} nur geringe Änderungen der Frequenzen hervorruft und da man überhaupt keine ganz genaue Übereinstimmung zwischen den theoretisch hergeleiteten und den experimentellen Formeln — unter Benutzung der jetzigen Annäherungsformel — erwarten kann, ist es unmöglich die Anzahl Elektronen in einem Ringe durch eine Strahlung festzustellen, welche zustandekommt, wenn das rekombinierende Elektron von dem betreffenden Ringe ausgeht[1]).

Selbst wenn die Strahlung durch Wiedervereinigung zwischen Primärkreisen entsteht, so kann man nicht den L-Ring mit Hilfe von K_α-Strahlung bestimmen.

Die rechte Seite $f(q_i)$ der Gleichung (12) ändert sich viel rascher mit q wenigstens für die ersten Kreise, und gibt eine scharfe Bestimmung der q-Werte.

Als Resultat dieser Überlegungen ergibt sich, daß man den K-Ring durch die K-Strahlung, den L-Ring durch die L-Strahlung usw. bestimmen soll.

1) Die kürzlich von Herrn Kroo (diese Zeitschr. 19, 307, 1918) auf Grund meiner Hypothese der steigenden Quantenzahlen hergeleitete Anzahl Elektronen für den zweiten Ring ist deshalb unrichtig.

Wie wir später sehen werden, ist ein anderes Verfahren unter Benutzung der α-Linien überhaupt ausgeschlossen, denn die Annahme von Wiedervereinigung zwischen Primärkreisen muß aufgegeben werden. Dagegen kann wohl die K_β-Linie eine Bestimmung des L-Ringes geben.

Die Tatsache, daß die Frequenzen nur wenig von der Anzahl der Elektronen (q_{i+1}) in dem äußeren Ringe abhängen, macht es möglich, von der K- bis zur L- und M-Strahlung weiter zu gehen. Wenn wir annehmen, daß jede Quantenzahl nur einem einzigen Ringe entspricht, führt die theoretische Bestimmung der Hauptlinien K_α, L_α, M_α zu der in Tabelle II angegebenen Konstitution der ersten drei Ringe:

Tabelle II.

Ringsystem	Quantzahl n	Anzahl Elektronen
K	1	3
L	2	7
M	3	12

In meiner Abhandlung IV sind die Bestimmungen im einzelnen beschrieben und es sind auch verschiedene Möglichkeiten diskutiert worden.

Es ist gezeigt, das es auch wohl möglich ist ganz gute numerische Übereinstimmung für die Hauptlinien dadurch zu erhalten, daß man zwei L-Ringe oder auch zwei M-Ringe annimmt.

Die Annahme von zwei L-Ringen gibt unter den jetzigen Voraussetzungen keine befriedigende Erklärung der l-Serie, deshalb ist die Annahme eines einzigen Ringes als die einfachste vorzuziehen.

Im Falle des M-Systems kann man auch mit zwei dreiquantigen Ringen z. B. mit 8 und 7 Elektronen gute Werte für M_α erhalten, aber so lange die Annahme von mehreren Ringen mit derselben Quantenzahl keinen wesentlichen Vorteil aufweist, ist die einfachste Hypothese vorzuziehen.

Da unsere Grundgleichungen die Kosselschen Relationen erfüllen, können wir zugleich schließen, daß die Systeme, welche die L-Linien gut darstellen, auch ebenso gute Werte für die Linien höherer Frequenzen jeder Strahlengattung geben.

So bekommt man:

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_{K_\beta} = \left(\frac{\nu}{R}\right)_{K_\alpha} + \left(\frac{\nu}{R}\right)_{L_\alpha}$$

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_{L_\beta} = \left(\frac{\nu}{R}\right)_{L_\alpha} + \left(\frac{\nu}{R}\right)_{M_\alpha}.$$

Die β-Linie der L-Serie ist mit der γ-Linie von Sommerfeld identifiziert.

Die Linie L_β von Sommerfeld ist als Dublette zu betrachten, und entsteht wahrscheinlich durch Wiedervereinigung zu einem elliptischen Zustand des L-Ringes.

Im Lichte der jetzigen Erklärung der L-Linien durfte man andere Bezeichnungen einführen, z. B. die folgenden:

Siegbahn	α_1	β_1	β_2	γ_1
Sommerfeld	α	β	γ	δ
Vorschlag des Verfassers	α	α_1	β	β_1

α, β bekommt man durch Wiedervereinigung zu einem kreisförmigen, α_1, β_1 durch Wiedervereinigung zu einem elliptischen Zustand des L-Systems.

In Tabelle III sind die mit Hilfe der in Tabelle II angegebenen Konstitution berechneten Frequenzen der Linien K_α, K_β, L_α, L_β, M^α angegeben, und zwar für eine Reihe von verschiedenen Elementen.

Tabelle III.

$K\alpha$			$K\beta$		
Nr.	$\left(\frac{\nu}{R}\right)_{\text{beob.}}$	$\left(\frac{\nu}{R}\right)_{\text{ber.}}$	N	$\left(\frac{\nu}{R}\right)_{\text{beob.}}$	$\left(\frac{\nu}{R}\right)_{\text{ber.}}$
11	76,2	73,6	12	96,2	89
15	147,7	144,3	14	134,8	127,1
20	271,6	267,4	16	181,6	172,8
25	435,4	429,2	18	—	227,5
30	635,9	630,6	20	295,8	287,9
35	880,4	872,5	22	363,2	357,5
40	1156	1156	25	479,1	472,7
43	1482	1483	30	704,2	702,3
50	1871	1855	40	1292,9	1305,5
55	2290	2274	50	2109,0	2109,7
60	2761	2739	60	3121,0	3129,0
$L\alpha$			$L\beta$		
30	73,8	71,6			
40	149,8	149,1			
50	253,5	255,1	50	287,3	280,8
60	384,6	390,3	60	448,0	445,2
70	545,6	555,1	70	644,0	649,3
80	734,9	751,4	80	874,5	894,0
90	952,2	979,6	90	1143,0	1182,5
$M\alpha$					
79	156,1	152,0			
81	166,3	163,6			
82	171,8	169,4			
83	178,1	175,4			
90	220,2	219,9			
92	233,4	233,6			

Die Fig. 1 und 2 geben eine graphische Darstellung der Ergebnisse für die Linien der K-Strahlen.

Anstatt der Frequenzen selbst sind die Differenzen:

$$\frac{\nu}{R} - \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2}\right) N^2 = \triangle \qquad (13)$$

als Ordinaten aufgesetzt.

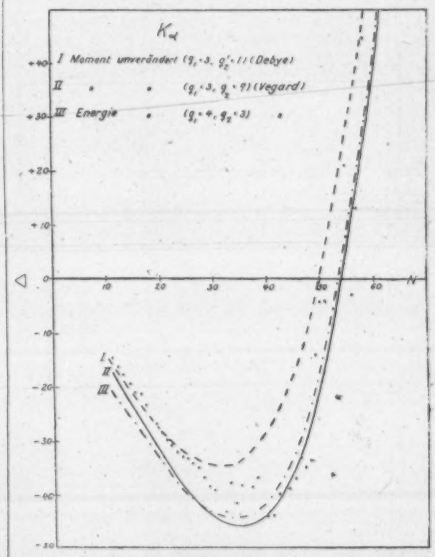

Fig. 1.

In Fig. 1 sind neben den beobachteten Werten für △ auch drei Kurven gezeichnet, die verschiedenen Voraussetzungen entsprechen:

Kurve I ist die von Debye gefundene,
" II ist aus Gleichung (11) berechnet,
" III repräsentiert die in meiner Arbeit III unter Annahme unveränderlicher Energie gefundene Lösung.

Wir sehen, daß sämtliche drei Kurven sich recht gut den Beobachtungen anschließen. Die Kurve II gibt wohl die beste Übereinstimmung; sie muß nichtsdestoweniger als unrichtig aufgegeben werden.

In Fig. 2 repräsentiert die Kurve I die aus den Experimenten für die K_β-Linie hergeleiteten △-Werte. Die Kurve II ist die von Debye gefundene, die Kurve III repräsentiert die aus den Gleichungen (11) berechneten △-Werte.

Die K_β-Kurve ist von fundamentaler Bedeutung mit Rücksicht auf die Frage, ob die Rekombination zwischen Primärkreisen stattfindet. Die K_β-Linie läßt sich jetzt bis zu einer Atomzahl 12 (Mg) experimentell verfolgen.

Bei dieser geringen Atomzahl kann der

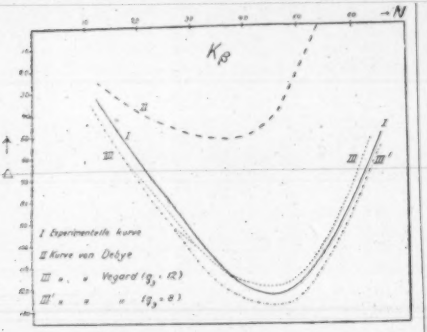

Fig. 2.

dritte Ring nur aus zwei Elektronen bestehen. Wenn wir zu höheren Atomzahlen übergehen, wird für jeden Schritt die Anzahl Elektronen im äußeren Ringe mit 1 wachsen. Dies geht bis Argon fort. Dann wird gewiß bei dem Element K ein neuer Atomring, der auch eine höhere Quantenzahl besitzt, gebildet.

Demnach muß die Anzahl Elektronen im äußeren Rekombinationskreis sich mit wachsender Atomzahl ändern, bis schließlich der M-Ring von 12 Elektronen gebildet wird.

Wir haben indessen gesehen, daß eine Änderung der Anzahl von Elektronen im äußeren Kreis keine bedeutende Einwirkung auf die Frequenzzahl ausübt. Die Einwirkung ist jedoch ausreichend, um der Kurve $\nu = f(N)$ einen charakteristischen Verlauf zu geben, welcher auch in der experimentell gefundenen Kurve zum Ausdruck kommen müßte.

Die Kurve III ist in der Weise berechnet, daß von $N = 11$ bis $N = 23$ die Anzahl der Elektronen im M-Ringe von 1 bis 12 zunimmt. Diese Variation der Elektronenzahl verursacht einen charakteristischen Verlauf der Kurve, von dem die empirische Kurve I keine Andeutung zeigt. Wenn wir vom Anfang bis zu höheren Atomzahlen übergehen, werden die Unterschiede zwischen berechneten und beobachteten Werten erst größer, erreichen ein Maximum, nehmen dann ziemlich schnell ab und dann wieder langsam, nachdem die Anzahl der Elektronen im M-Ring konstant geworden ist, wieder zu. In der Nähe von $N = 23$ bildet die theoretische Kurve einen Inflexionspunkt, während die experimentell gefundenen Punkte in diesem Gebiet sehr nahe an einer geraden Linie liegen.

Es ist zwar wahrscheinlich, daß zuerst ein dritter Ring mit 8 und erst etwas später der M-Ring mit 12 Elektronen gebildet wird. Dadurch kommt aber nicht die Annahme von Wiedervereinigung zwischen Primärkreisen in eine günstigere Stellung. Um dies zu zeigen, habe ich in Fig. 2 auch die Kurve, welche einem M-Ring von 8 Elektronen entspricht, eingezeichnet (III').

In dem Bereich, wo der 12-Ring gebildet wird, mußte die Kurve von III' auf III überspringen. Ein solcher Sprung ist in der experimentellen Kurve nicht angedeutet.

Eine bessere Übereinstimmung mit der Erfahrung würde man erhalten, wenn man zwei M-Ringe annehmen würde.

Ein innerer M-Ring mit 8 Elektronen würde die Kurve III' geben, welche sich besser der empirischen Kurve anschließen würde. Jedoch würde auch diese Kurve am Anfang eine Krümmung zeigen, welche der empirischen Kurve fremd ist.

(Eingegangen 15. November 1918.)

Schallgeber und Schallempfänger. I.

Von W. Hahnemann und H. Hecht.

Nachdem wir in früheren Arbeiten[1]) die Strahlungsvorgänge des Schalles im Medium und an den strahlenden Flächen beschrieben haben, wollen wir in dieser und einigen folgenden Arbeiten Theorie und Wirkungsweise einer Gruppe von Schallgebern und -empfängern behandeln und Mitteilungen über Versuchsergebnisse und praktisch ausgeführte Apparate machen.

Man kann zwei wesentliche Hauptgruppen der Schallapparate unterscheiden: solche, die die Energie aussenden bzw. empfangen unter Benutzung strahlender Flächen (Schallantennen) und solche, die vermittelst zugeführten Mediums periodische Quellen und Senken (Schallquellen im engeren Sinne) darstellen. Zu der ersten Gruppe gehören, um nur die wichtigsten zu nennen, alle tönenden Membranen und Glocken, zu der zweiten Gruppe Sirenen und Pfeifen[2]). Von der ersten Gruppe haben für die wissenschaftliche und technische Akustik die Membranen eine besondere Bedeutung erlangt; sie besitzen eine gute konstruktive Anpassungsfähigkeit an die Forderungen der Praxis und gestatten, bestimmte akustische Bedingungen leicht herzustellen. Mit solchen Schallapparaten wollen wir uns zunächst vorwiegend beschäftigen.

1) Hahnemann u. Hecht, Schallfelder und Schallantennen I und II, diese Zeitschr. 17, 601 ff., 1916 u. 18, 261 ff., 1917; in folgendem mit l. c. bezeichnet.

2) Hierbei ist abgesehen von der Tatsache, daß auch bei diesen strahlende Flächen gelegentlich mitwirken können.

Diese Gruppe der Membrangeber bzw. -empfänger kann man nun nach der Art weiter unterscheiden, ob sie kontinuierlich oder durch Stoß erregt werden, und welche Energieform zur Verwandlung in mechanisch-akustische angewendet wird. Wir beschränken unsere Betrachtungen zunächst auf die kontinuierliche Erregung mittels elektrischer Energie und behandeln als erste Art den im gewöhnlichen Telephon im Prinzip vorliegenden Schallerzeuger. Es wird sich im Laufe dieser ersten Abhandlung zeigen, daß wir berechtigt sind, einen solchen Schallgeber als „elektro-mechanischen Transformator" zu bezeichnen. Seine Umkehrung als Empfänger, nähere Angaben und technische Ausführung von derartigen Schallerzeugern für Wasser und Luft, sowie andere Konstruktionen und deren Theorie sollen dann in späteren Abhandlungen folgen.

Der elektro-mechanische Transformator als Schallgeber.

I. Allgemeine Beschreibung.

Zur Ableitung der Gesetze und Beziehungen zwischen den elektrischen und mechanischen Größen des elektro-mechanischen Transformators wählen wir die einfachste Form, die in Fig. 1

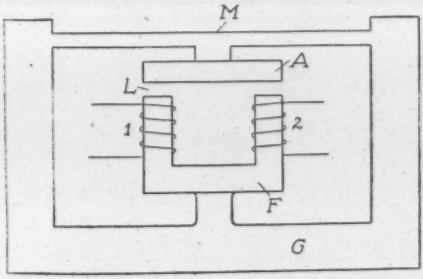

Fig. 1.

dargestellt ist. Es bedeutet M die an dem Gehäuse G befestigte Membran, die an das Medium angrenzt, in dem die Schallschwingungen erzeugt werden sollen. Starr verbunden mit der Membran ist der Anker A, mit dem Gehäuse das Feld F, die beide aus Eisen bestehen und durch einen Luftspalt L getrennt sind. Das Eisen wird man zur Verringerung der Verluste aus einzelnen Blechen aufschichten, deren Dicke der Frequenz entsprechend zu wählen ist. Anker und Feld sind von zwei Spulen 1 und 2 umschlungen, von denen die eine mit Gleichstrom, die andere mit Wechselstrom gespeist wird. Der Anker eines solchen, durch Gleichstrom polarisierten Senders vollführt mechanische Schwingungen von gleicher Frequenz wie diejenige des Wechselstroms. Die Masse des Gehäuses G, einschließlich des Feldes F, wird man zweckmäßig so wählen, daß sie das Vielfache derjenigen der Membran, einschließlich des Ankers A, beträgt. Dann können wir das Gehäuse G praktisch als ruhend annehmen, und die Schwingungsgrößen, Dämpfung, mitschwingende Mediummasse, Resonanzfrequenz usw. wie früher angegeben[1]), berechnen. Die Eigentöne des Gehäuses G, besonders der Gehäuserückwand, sind oberhalb der Membranresonanz zu legen, damit sie bei dieser Resonanz den Vorgang im Medium nicht stören.

Erregt man diesen Sender mit Wechselstrom konstanter Erregung[2]) und veränderlicher Frequenz, so erhält man folgendes Bild (Fig. 2)[3]). Als Abszisse ist die Frequenz n des erregenden Wechselstroms, als Ordinate die von der Maschine in den Sender hineingeschickte, durch ein Wattmeter zu bestimmende Leistung aufgetragen. Diese Leistung beschreibt die Resonanzkurve ABC und hat für die Frequenz n_0,

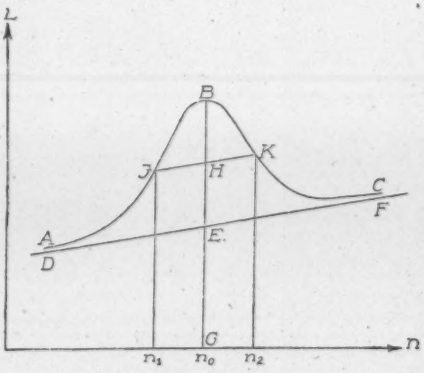

Fig. 2.

die der mechanisch-akustischen Eigenschwingung entspricht, ein Maximum[4]). Sowohl nach den niederen wie nach den höheren Frequenzen zu läuft sie in mehr oder weniger gradlinige Strecken aus, an die man die tangierende

1) l. c., Teil II, Kapitel II.

2) Was hierunter zu verstehen ist, wird später gesagt werden.

3) Maßstäblich ist der Abszissen-Nullpunkt viel weiter links anzunehmen.

4) Die Frequenz größter Leistung fällt für mechanische wie elektrische Schwingungsgebilde bei Erregung mit konstanter Kraft bzw. Spannung zusammen mit der Eigenfrequenz des freien ungedämpften Systems.

Gerade DEF legt. Durch diese Darstellung der Leistungsaufnahme sieht man, daß die gesamte Senderleistung in zwei Teile zerfällt:

Einen von der Bewegung des Ankers abhängigen Teil (Ordinate zwischen Kurve ABC und Gerade DEF) und

einen von der Ankerbewegung unabhängigen Teil (Ordinate zwischen Gerade DEF und Abszissenachse).

Der erstere stellt die mechanisch-akustische Leistung, der zweite die im Sender verbliebene Leistung dar, die in Form von Eisen- und Spulenverlusten eine Erwärmung des Senders hervorruft. Die Gerade DEF[1]) kann man auch experimentell finden, indem man den Anker durch Festbremsen an der Bewegung hindert, und bei verschiedenen Frequenzen und konstanter Erregung die Verluste direkt bestimmt.

Fällt man vom Resonanzpunkte B ein Lot auf die Abszissenachse, welches diese bei G trifft, während es die Verlustlinie bei E schneidet, so stellt das Verhältnis $BE:BG$ den mechanischen Wirkungsgrad η des Senders in Resonanz dar[2]). Legt man durch den Halbierungspunkt H der Strecke BE eine Parallele zur Verlustlinie, die die Resonanzkurve in den Punkten I und K schneidet, und fällt von den Punkten I und K Lote auf die Abszissenachse, die diese an den Stellen $n = n_1$ und $n = n_2$ treffen, so ist die Dämpfung gegeben durch

$$\mathfrak{d} = \pi \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_0}.$$

Die experimentell auf diese Weise ermittelten Werte des mechanischen Wirkungsgrades η und der Dämpfung $\mathfrak{d}$ stellen aber nur dann gleichzeitig die akustischen Größen dar, wenn außer der Strahlungsdämpfung durch das Medium keine andere mechanische Dämpfung vorhanden ist. Dies wird aber wohl niemals vollkommen der Fall sein, da immer schädliche innere Dämpfungen vorhanden sind. Um sich von ihrer Größe ein Bild zu machen, muß man eine zweite Resonanzkurve des Gebers im Vakuum oder in einem Medium aufnehmen, dessen Strahlungsdämpfung vernachlässigbar klein gegen die Strahlungsdämpfung im untersuchten Medium und gegen die innere Dämpfung ist.

Die in Fig. 2 dargestellte Resonanzkurve geht im nichtstrahlenden Medium in die weniger gedämpfte Kurve der Fig. 3[1]) über. Nennen

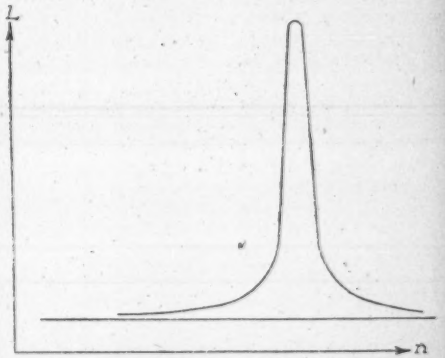

Fig. 3.

wir die Dämpfung im nichtstrahlenden Medium $\mathfrak{d}_0$, so ist der akustische Strahlungswirkungsgrad im untersuchten Medium

$$\eta_\alpha = \eta \frac{\mathfrak{d} - \mathfrak{d}_0}{\mathfrak{d}}\ ^2). \qquad (1)$$

II. Theorie.

Nach der Beschreibung von Wirkungsweise und experimenteller Untersuchung des elektromechanischen Transformators wenden wir uns einer exakteren Darstellung seiner elektrischen und mechanischen Vorgänge zu.

1. Das Diagramm.

Um Gang und Ziel der folgenden Betrachtungen von vornherein klar zu kennzeichnen, stellen wir fest, daß wir anstreben, die mechanischen Vorgänge der Ankerbewegung elektro-

1) Die vollständige Gleichung der Verlustlinie ist $L = i^2 w + a_1 n\Phi 1{,}0 + a_2 n^2 \Phi^2$, wenn i die Stromstärke, w den Spulenwiderstand, Φ den magnetischen Fluß und a_1 und a_2 Konstante darstellen. Auf kurze Strecken, die bei geringer Dämpfung nur in Frage kommen, und bei kleinen Spulenverlusten kann man den Parabelbogen als Gerade ansprechen.

2) Wir werden im folgenden häufig zur besseren Illustration der abgeleiteten Resultate und Figuren experimentell gefundene Daten heranziehen. Dieselben sind mit Apparaten erhalten, die zur Schallerzeugung im Wasser gebaut sind. Eine genauere Beschreibung bleibt, wie schon eingangs erwähnt, einer späteren Arbeit vorbehalten. Um aber schon jetzt eine Vorstellung von der Größe der Apparate zu geben, sei erwähnt, daß Geber, deren Resonanzkurve im Wasser in Fig. 2 dargestellt ist, für Leistungen bis zu 1 Kilowatt gebaut sind und daher bei einem Wirkungsgrade von 50 Proz., wie er sich etwa aus Fig. 2 ergibt, bis zu 500 Watt Schalleistung zu strahlen gestatten. Ihre Dämpfung beträgt dabei etwa 0,2.

1) Außer der Verringerung der Dämpfung beobachten wir auch eine etwas höhere Abstimmung, die von dem Fortfall der mitschwingenden Mediummasse herrührt, und eine Erhöhung des Wirkungsgrades; eine Erklärung hierfür werden wir später finden. Die Werte für Dämpfung und Wirkungsgrad in Luft, worauf sich die Aufnahme in Fig. 3 bezieht, sind 0,02 und 90 Proz.

2) Aus den Zahlenwerten, die den Figg. 2 und 3 zugrunde liegen, folgt für diesen Apparat

$$\eta_\alpha = 0{,}50 \cdot \frac{0{,}2 - 0{,}02}{0{,}2} = 0{,}45.$$

magnetisch zu deuten, und damit die Theorie des elektromechanischen Transformators, der im Prinzip in dem beschriebenen elektromagnetisch erregten Schallgeber vorliegt, auf die bekannte Theorie des rein elektrischen Transformators zurückzuführen[1]).

Denken wir uns, um die Vorstellung zu vereinfachen, die Spule 2 der Fig. 1, die für die Gleichstromerregung zur Erzeugung der Polarisation dient, entfernt, und entweder Anker und Feld als permanente Magnete und die Spule 1 mit Wechselstrom erregt oder Anker und Feld aus unmagnetischem Eisen und die Spule 1 von pulsierendem Strom durchflossen, so erhält man das einfache Schema der Fig. 4,

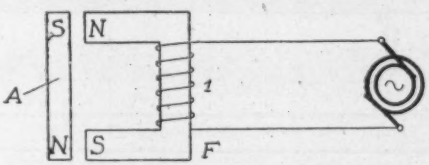

Fig. 4.

in der der Anker A sich mit der Frequenz des Wechselstroms bewegt und von der Frequenz abhängige mechanische Arbeit leistet, wie es durch Fig. 2 näher dargestellt ist. Statt den Anker nun wirkliche Bewegungen ausführen zu lassen, denken wir ihn uns dauernd festgehalten und mit einer Wicklung 2 von gleicher Windungszahl wie 1 versehen, durch die dieselbe Energie elektrisch entzogen werden soll, die dem schwingenden Anker mechanisch entnommen wurde.

Diese gedankliche Substitution ist die Grundlage für alle folgenden Betrachtungen, und wir haben uns daher darüber Rechenschaft zu geben, ob und inwieweit wir dazu berechtigt sind, — die Nützlichkeit wird sich später ganz von allein ergeben.

Wir behaupten also, daß sowohl das magnetische Kraftlinienfeld[2]) im Eisen bezüglich seiner Größe, Frequenz und Phase, und hiermit die in ihm auftretenden Verluste, wie auch die durch die Spule 2 entzogene Energie die gleichen sind, wie bei der mechanischen Ankerbewegung, d. h., daß sich durch die Substitution elektromagnetisch nichts geändert hat. Daß wir ein magnetisches Kraftfeld statt durch Annäherung und Entfernung von Eisenteilen in jeder Beziehung völlig gleichwertig auch durch Erregung mit Wechselstrom erzeugen können, gehört zu den Grundlagen der Elektrotechnik; daß aber in jedem beliebigen Falle den äquivalenten Strom zu berechnen keine leichte Aufgabe sein würde, ist wohl auch verständlich, wenn wir daran erinnern, daß Permeabilität des Eisens und ihre Abhängigkeit von der Sättigung, Widerstand der Kraftlinien in Luft und Eisen und seine Abhängigkeit von der Amplitude u. a. in die betreffende Formel eingehen. Sehr einfach dagegen wird die Aufgabe, wenn das magnetische Kraftfeld einen sinusförmigen Verlauf hat, während wir dem Ersatzstrom eine komplizierte Kurvenform beilegen und auf eine einfache Darstellung verzichten müßten, wenn das magnetische Kraftfeld kein rein sinusförmiges wäre.

Wir unterscheiden bei schwingendem Anker zwei Felder, die sich zu einem resultierenden Felde zusammensetzen: das primäre, durch die erregende Maschine aufgedrückte Feld, und das durch die Ankerbewegung hervorgerufene Gegenfeld. Im idealen Grenzfalle würde das letztere gleich und entgegengesetzt gerichtet dem erregenden Felde sein müssen, ganz ähnlich wie ein leerlaufender Elektromotor oder Turbine eine Gegenspannung bzw. Druck erzeugt, die der treibenden Spannung bzw. Druck gleich aber entgegengesetzt gerichtet sind. Das Gegenfeld des elektromagnetischen Senders entsteht durch die Ankerbewegung oder Änderung des magnetischen Widerstandes bei Vorhandensein eines konstanten magnetischen Kraftflusses, ganz ähnlich, wie die Wechselstromspannung an einem Mikrophon entsteht durch die Änderung des elektrischen Widerstandes bei Vorhandensein eines konstanten Gleichstromes. Damit nun beim Mikrophon bei einer sinusförmigen Änderung seines Widerstandes keine höheren Harmonischen auftreten können, ist es nötig, daß die Widerstandsänderung des Mikrophons klein zu dem im ganzen Kreise liegenden Gesamtwiderstand ist[1]). Dieselbe Forderung stellen wir für den Elektromagneten und wollen für die folgenden theoretischen Betrachtungen annehmen, daß die mechanische Ankeramplitude so klein ist, daß die durch sie hervorgerufene Änderung des magnetischen Widerstandes klein gegenüber dem teils im Luftspalte, teils im Eisen liegenden magnetischen Widerstand bei

1) Die Gesetze des technischen Transformators haben wir als bekannt angenommen. Wir benutzen im folgenden Ausdrücke und Bezeichnungen aus dem Buche G. Kapp, Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom, Berlin (J. Springer) 1907 und verweisen im übrigen auf dieses ausgezeichnete Buch.

2) Unter magnetischem Kraftlinienfeld, oder auch kurz Kraftfeld genannt, soll immer nur der veränderliche Teil des aus einem konstanten und veränderlichen Teile bestehenden Gesamtfeldes verstanden werden.

1) Siehe Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung, S. 19. Leipzig (S. Hirzel) 1907.

Ruhelage des Ankers ist. Nur in diesem Falle wird das Gegenfeld bei sinusförmiger Bewegung des Ankers, die ja bei mechanisch abgestimmten Systemen, die in Resonanz erregt werden, vorliegt, auch durch einen sinusförmigen Strom ersetzt werden können.

Dieselbe Forderung der kleinen Amplitude müssen wir auch für das erregende Feld stellen, um auch für dieses bei seiner Erzeugung durch reinen Wechselstrom einen sinusförmigen Verlauf zu erhalten, der nicht möglich wäre, wenn sich über die periodische Erregung eine periodische Widerstandsänderung überlagerte, die bei genügender Größe eine vollständige Verzerrung des Fluxes hervorrufen könnte[1]).

Die beiden, nur in der Vorstellung getrennten Felder — erregendes Feld und Gegenfeld — setzen sich nun zu dem resultierenden Felde zusammen und ergeben das allein existierende Hauptkraftfeld. Ist für die beiden Komponenten die Bedingung der sinusförmigen Grundschwingung erfüllt, so wird es auch für das resultierende Feld der Fall sein, und wir können uns die Ankerbewegung und ihre mechanische Abbremsung vollständig durch eine Spule ersetzt denken, der ein sinusförmiger Wechselstrom entnommen wird.

Diese Forderung der kleinen Amplitude, die wir, um die Theorie einfach gestalten zu können, zunächst stellen müssen, braucht allerdings in der Praxis nicht allzu streng eingehalten zu werden, da das Vorhandensein von Selbstinduktion die elektrischen und magnetischen Oberschwingungen stark schwächt, und da die mechanische Abstimmung die trotzdem noch entstehenden Felder höherer Frequenz nicht zur Auswirkung kommen läßt; und in der Tat werden wir auch später sehen, daß die für unendlich kleine Amplituden abgeleiteten Gesetze auch für endliche Amplituden ihre Gültigkeit beibehalten.

Wir glauben hierdurch nachgewiesen zu haben, daß wir im elektromechanischen Transformator die Fluxänderung infolge der Ankerbewegung durch die Einführung einer Stromspule ersetzt denken können. Da das Gegenfeld der Ankerbewegung gleichphasig und proportional der Ankeramplitude ist, vertritt in der elektrischen Substitution die Stromstärke die Stelle der mechanischen Amplitude; Stromstärke und Amplitude sind in diesem Falle physikalisch völlig gleichwertige Begriffe. Hierdurch ergibt sich die der gewöhnlichen Bezeichnungsweise widersprechende Festsetzung, daß das Analogon von mechanischer Masse bzw. Elastizität in dieser Spule ein elektrischer Kondensator bezw. Selbstinduktion ist.

Um nun nach Festhalten des Ankers und Einführung der Stromspule den elektrischen Arbeitsvorgang für die Erregung absolut gleich zu gestalten, müssen wir diese Spule durch Selbstinduktion, Kapazität und Widerstand schließen, wie dies in Fig. 5 schematisch dargestellt ist. Diese Forderung ergibt sich auf Grund folgender Überlegungen:

Wie wir vorher sahen, beschreibt ein in die Wicklung 1 eingeschaltetes Wattmeter bei festgehaltenem Anker die zugehörige Verlustlinie, in

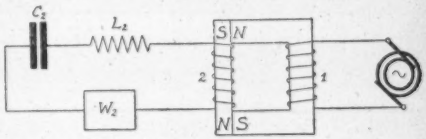

Fig. 5.

Fig. 2 im besonderen die Gerade DEF. Wenn nun im Kreise der Spule 2 außerdem eine Leistung verbraucht wird, die den Ordinaten zwischen Resonanzkurve ABC und Verlustlinie DEF entspricht, dann stellt das System mit festgehaltenem Anker und Spulenkreis 2 vollständig das System des frei beweglichen Ankers dar. Dies ist aber in der Tat der Fall, sobald wir die Größen L_2, C_2 und w_2 richtig dimensionieren.

Selbstinduktion L_2 und Kapazität C_2 denken wir uns verlustlos und für die Frequenz n_0 der mechanischen Resonanz aufeinander abgestimmt; sie sind dann vollständige Analoga der Membranelastizität und Schwingungsmasse. Der Widerstand w_2 ist so zu dimensionieren, daß er mit dem Quadrate der mit der Frequenz veränderlichen Stromstärke des Kreises 2 multipliziert für alle Frequenzen Leistungen ergibt, die den Ordinaten zwischen Resonanzkurve und Verlustlinie entsprechen. Wie dies im einzelnen zu geschehen hat, werden wir später sehen. Zunächst gehen wir daran, das Strom- bzw. Spannungsdiagramm eines solchen Transformators aufzustellen.

Um dies möglichst übersichtlich zu gestalten, nehmen wir einen idealen streuungslosen Transformator, d. h. eine magnetische Kopplung zwischen den beiden Spulen 1 und 2 von 100 Proz. an und vernachlässigen den Ohmschen Spannungsabfall in den Spulen selbst.

Unter diesen Voraussetzungen stellt Fig. 6 das Senderdiagramm für den Fall der Resonanz

1) Diese Beeinflussung des Fluxes durch die Widerstandsänderung des magnetischen Kreises infolge der Ankerschwingung ist dagegen nötig und maßgebend bei unpolarisierter Erregung und soll in einer späteren Arbeit behandelt werden.

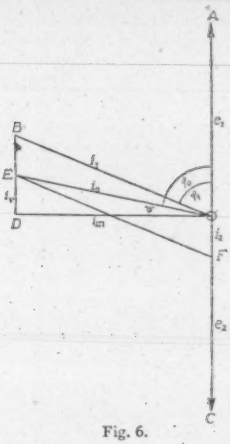

Fig. 6.

dar. OA und OB sind die primär an der Spule unseres Senders gemessene Spannung und Stromstärke e_1 und i_1, letztere um den Winkel φ_1 nacheilend, der sich rechnerisch unter Zuhilfenahme der wattmetrisch bestimmten Leistung ergibt. Die Spannung e_2 der Spule 2 ist e_1 gleich und entgegengesetzt und wird durch OC dargestellt. Die Spannungen von L_2 und C_2, die wir uns im Punkte O senkrecht nach links bzw. rechts errichtet denken müssen, heben sich gegenseitig auf, da wir uns im Abstimmungsfalle befinden; der Kreis 2 stellt eine reine Ohmsche Belastung dar, und die Richtung von i_2 fällt in die Richtung von e_2. Errichtet man im Punkte O nach links eine Senkrechte und fällt von B aus das Lot BD, so stellt letzteres die Wattkomponente des Stromes dar. Unter Benutzung des nach Fig. 2 ermittelten Wirkungsgrades teilt man BD im Verhältnis

$$BE : ED = \eta : 1 - \eta;$$

dann stellt BE den Wert

$$\eta\, i_1 \cos\varphi_1$$

dar. Da der Wirkungsgrad gleich dem Verhältnis von sekundärer zu primärer Energie ist, so ist

$$\eta\, e_1 i_1 \cos\varphi_1 = e_2 i_2 \cos\varphi_2;$$

und da in unserem Falle $e_1 = e_2$ und $\cos\varphi_2 = 1$ ist, so ist Strecke $BE = i_2$. Wir tragen also BE von O aus nach unten bis F ab und erhalten in $OBEF$ das Stromparallelogramm mit $OE = i_0$ als Summenstrom von i_1 und i_2. In der Figur $EDOA$ erhalten wir gleichzeitig das Leerlaufdiagramm. $OE = i_0$ zerlegt sich in die beiden Komponenten $OD = i_m$ und $ED = i_v$, von denen

$$i_m = i_1 \sin\varphi_1 = i_0 \sin\varphi_0$$

den Magnetisierungsstrom darstellt und mit dem Kraftflusse gleichphasig ist, während

$$i_v = (1-\eta)\, i_1 \cos\varphi_1$$

denjenigen Teil der Wattkomponente des Stromes i_1 darstellt, der die Eisenverluste des Transformators deckt. Den Winkel

$$EOD = R - \varphi_0 = \psi$$

nennen wir den Verlustwinkel des Transformators.

Aus dem Diagramm, das tatsächlichen Verhältnissen und der in Fig. 2 wiedergegebenen Resonanzkurve im Wasser etwa entspricht, erkennt man, daß dieser elektromechanische Transformator sich in zwei wesentlichen Punkten von einem der gebräuchlichen elektrischen Transformatoren sehr zu seinem Nachteil unterscheidet. Er besitzt nur etwa 50 Proz. Wirkungsgrad gegenüber einem mit etwa 95 Proz. arbeitenden technischen Transformator und erscheint sekundär zu wenig belastet — zu offen, wie der Praktiker sagt. Die mechanisch-akustische Belastung unseres Transformators ist von seiner mechanischen Reibungs- und akustischen Strahlungsdämpfung abhängig. Erstere ist konstant, letztere ändert sich von Medium zu Medium. Wollen wir den Transformator stärker belasten, so müssen wir ihn in einem Medium betreiben, das einen kleineren Strahlungswiderstand oder eine geringere Schallhärte besitzt. Als Schallhärte haben wir früher[1]) das Verhältnis

$$\frac{P}{A} = a\varrho\, 2\pi n$$

definiert und auch gesehen, daß man dieses in weitgehender Analogie zum Ohmschen Gesetz der Elektrizität

$$\frac{P}{I} = a\varrho$$

schreiben kann. Medien mit kleinen Werten von Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Dichte wirken also wie kleine Widerstände. Den größtmöglichen Kurzschluß für den elektromechanischen Transformator stellt das Vakuum dar, während er als vollständig offen zu betrachten ist, wenn der Anker festgebremst ist, d. h. wenn der kleinsten Amplitude bereits eine unendliche Kraft entsprechen würde. Zwischen diesen beiden extremen Grenzen stehen die Medien Luft und Wasser.

Wenn es nur darauf ankäme, den mechanischen und nicht gleichzeitig auch den akusti-

1) l. c., Teil I, Kapitel I.

schen Wirkungsgrad zu vergrößern, so könnten wir daher den Geber statt im Wasser in Luft betreiben, wodurch er ohne weiteres wesentlich bessere Transformatoreigenschaften erhält. Das Diagramm nimmt dann folgende in Fig. 7 dargestellte Gestalt an und ähnelt schon mehr dem bekannten eines guten elektrischen Transformators. Der Sender hat entsprechend der Resonanzkurve in Fig. 3 einen Wirkungsgrad von etwa 90 Proz. und hat primär nur geringe Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom, ganz wie es einem guten technischen elektrischen Transformator zukommt. Die Sache sieht aber wesentlich anders aus, wenn wir statt des mechanischen Wirkungsgrades den akustischen betrachten. Daß der akustische Wirkungsgrad des im Diagramm (Fig. 6) dargestellten Senders noch immer 45 Proz. gegen 50 Proz. des mechanischen Wirkungsgrades beträgt, haben wir schon früher erwähnt. Wenn wir jetzt, um den akustischen Wirkungsgrad für Luft zu bestimmen, dem obengenannten Verfahren entsprechend die Dämpfung im Vakuum messen wollten, so würde es uns mit einfachen Mitteln wohl kaum gelingen, einen Dämpfungsunterschied $\Delta\delta$ zwischen Luft und Vakuum festzustellen. Auf alle Fälle wird $\frac{\Delta\delta}{\delta_0}$ eine sehr kleine Zahl sein, und der luftakustische Wirkungsgrad $\eta_a = 0{,}9\,\frac{\Delta\delta}{\delta_0}$ des im Diagramm (Fig. 7) gezeichneten Senders wird trotz des großen mechanischen Wirkungsgrades von 90 Proz. nur wenige Prozent betragen.

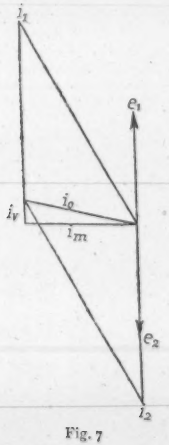

Fig. 7

2. Beziehungen zwischen Wirkungsgrad, Dämpfung und Verlustwinkel.

Die Diagramme (Fig. 6 u. 7) können wir nun benutzen, um zwei wichtige Beziehungen zwischen den der Messung zugänglichen Größen des primären Phasenwinkels zwischen Strom und Spannung φ_1 und des Verlustwinkels ψ bzw. φ_0, sowie des mechanischen Wirkungsgrades η und der Dämpfung δ abzuleiten.

Die erste Beziehung zwischen η, φ_1 und φ_0 gestattet den Wirkungsgrad ohne Aufnahme der vollständigen Resonanzkurve aus zwei Messungen zu finden, die man im Resonanzpunkt und in einem Punkte solcher Verstimmung (z. B. Punkt A in Fig. 2) vornimmt, in dem keine nennenswerte mechanische Leistung mehr vorhanden ist[1]). Aus dem Diagramm folgt

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{i_m}{(1-\eta)\,i_1\cos\varphi_1}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{i_m}{i_1\cos\varphi_1}$$

mithin

$$\eta = 1 - \frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_0}. \qquad (2a)$$

Wenn man, wie es den praktischen Verhältnissen des gezeichneten Diagramms entspricht

$$\sin\varphi_0 = \sin\varphi_1 = 1$$

setzen kann, erhält man auch direkt durch die Leistungsfaktoren ausgedrückt, den Wirkungsgrad zu

$$\eta = 1 - \frac{\cos\varphi_0}{\cos\varphi_1}\,^{2}).$$

Eine zweite Beziehung zwischen Wirkungsgrad und Dämpfung, die wir gleichfalls aus den Diagrammen ableiten können, setzt uns u. a. in den Stand, Dämpfung oder Wirkungsgrad in unbekannten Medien zu finden, wenn eine der beiden Größen gemessen ist.

Denken wir uns die beiden Diagramme (Fig. 6 u. 7) für gleiche Erregung d. h. gleiches i_m gezeichnet, so ist in beiden das Stromdreieck i_m, i_v, i_0 mit dem Winkel ψ und den Spannungen e_1 und e_2 das gleiche, und infolgedessen sind auch die Verluste die gleichen. Bezeichnen wir die ungleichen Größen im Diagramm (Fig. 7) mit gestrichenen Buchstaben, während für die entsprechenden des Diagramms (Fig. 6) die ungestrichenen beibehalten werden, so ist das Verhältnis von $i_2 : i_2'$ oder, was das-

1) Vorausgesetzt ist hierbei, daß der Verlustwinkel in dem betrachteten Frequenzbereich konstant ist.

2) Experimentell gemessene Werte eines Senders, der im wesentlichen den in den Figuren und Diagrammen gezeichneten Verhältnissen entspricht, sind $\eta = 0{,}5$, $\cos\varphi_0 = 0{,}2$ und $\cos\varphi_1 = 0{,}4$.

selbe ist, dasjenige der mechanischen Amplituden gleich

$$\eta i_1 \cos \varphi_1 = \eta' i_1' \cos \varphi_1'.$$

Da die mechanischen Amplituden sich umgekehrt wie die mechanischen Dämpfungen verhalten, so ist:

$$\frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{d}'} = \frac{\eta' i_1' \cos \varphi_1'}{\eta i_1 \cos \varphi_1}.$$

Das Verhältnis $1-\eta : \eta$ ist in den Figuren in den Strecken $ED : EB$ dargestellt, und daher ist:

$$\frac{1-\eta}{\eta} = \frac{i_v}{\eta i_1 \cos \varphi_1}$$

und

$$\frac{1-\eta'}{\eta'} = \frac{i_v}{\eta' i_1' \cos \varphi_1'}$$

oder

$$\frac{1-\eta}{\eta} \cdot \frac{\eta'}{1-\eta'} = \frac{\eta' i_1' \cos \varphi_1'}{\eta i_1 \cos \varphi_1}$$

oder gleich $\frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{d}'}$, und daher:

$$\frac{\mathfrak{d} \cdot \eta}{1-\eta} = \frac{\mathfrak{d}' \eta'}{1-\eta'}.$$

Dieser Ausdruck stellt eine Konstante des betreffenden Apparates[1]) dar, die für alle Medien und Arbeitsverhältnisse Gültigkeit hat und in der angewandten Akustik oft große Dienste leisten kann. Da es meistens darauf ankommt, große Wirkungsgrade bei großer Dämpfung zu erzielen, so könnte diese Apparatkonstante als quantitativer Wertmesser verschiedener Apparate untereinander dienen.

3. Das Kreisdiagramm der Verstimmung.

Den Arbeitsvorgang im elektromechanischen Transformator können wir, elektrisch gesprochen, so ansehen, daß beim allmählichen Eintritt in die Resonanz der Wattwiderstand, der bei niederer und höherer Frequenz annähernd gleich ist und Verlustwiderstand genannt werden möge, wächst, und zwar entsprechend seinem Wirkungsgrade, bis er in der Resonanz seinen höchsten Wert gleich Verlustwiderstand + mechanischer Arbeitswiderstand erreicht. Dieser Vorgang drückt sich im wesentlichen in der Zunahme des $\cos \varphi^{[1]}$ aus. Die Abhängigkeit der scheinbaren Selbstinduktion des Gebers von der Frequenz ist keiner so einfachen und unmittelbaren Vorstellung und Erfassung zugänglich; wir stellen daher, um diese Abhängigkeit zu untersuchen, das Diagramm des Senders für Verstimmung auf.

Das Diagramm der Fig. 6 erfährt beim Herausgehen aus der Resonanz dadurch Veränderungen, daß e_2 und i_2 nicht mehr gleichphasig sind, sondern daß je nachdem wir mit tieferer oder höherer Frequenz als der Resonanzfrequenz erregen, eine Voreilung oder Nacheilung von Strom gegenüber der Spannung eintritt. Die Phasenverschiebung im Stromkreise 2 der Fig. 5 zwischen e_2 und i_2 beträgt bei der Frequenz ω

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}}{w_2}$$

oder, wenn die Resonanzfrequenz ω_R durch die Beziehung $\omega_R^2 L_2 C_2 = 1$ gegeben ist, auch

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega_R L_2}{w_2} \left(\frac{\omega}{\omega_R} - \frac{\omega_R}{\omega} \right).$$

Setzen wir

$$\frac{\omega_R}{\omega} = 1 + x$$

und beschränken uns auf die Nachbarschaft der Resonanz, so wird, da

$$\frac{\omega_R L_2}{w_2} = \frac{\pi}{\mathfrak{d}}$$

ist,

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = -\frac{2\pi x}{\mathfrak{d}},$$

wobei positive x, d. h. negative Winkel oder Phasenvoreilung den tieferen Frequenzen entsprechen.

Legen wir den Winkel φ_2 in dem Diagramm der Fig. 8 beispielsweise für eine Verstimmung oberhalb der Resonanz an den e_2-Vektor an und fällen von C ein Lot auf den freien Schenkel, das diesen in G trifft, so stellt CG die Differenz zwischen den Spannungen e_{L_2} und e_{C_2} dar, die wir uns jetzt im Punkte O senkrecht auf OG errichtet denken müssen, und zwar e_{L_2} nach links unten und e_{C_2} nach rechts oben. Wird das Stromdreieck ODE konstant gehalten[1]), so ist der geometrische Ort des Endpunktes von i_1 ein Kreis, der die Strecke EB zum Durchmesser hat. Zieht man durch E eine Parallele zu OG bis zum Schnittpunkte H mit dem genannten Kreise, so ist $OHEF$ das Stromparallelogramm. Fällt man die Lote HKL, BM und EN, so kann man folgendermaßen die Richtigkeit des Kreisdiagramms beweisen.

1) Die bereits früher mitgeteilten Werte für Wirkungsgrad und Dämpfung eines Senders im Wasser bzw. in der Luft waren 50 Proz. und 0,2 bzw. 90 Proz. und 0,02 und ergeben mithin für die Konstante dieses Apparates in den beiden Medien die Werte 0,2 bzw. 0,18.

1) Dies bedeutet Konstanz des Verlustwinkels φ_2 bzw. ψ in dem betrachteten Frequenzbereich.

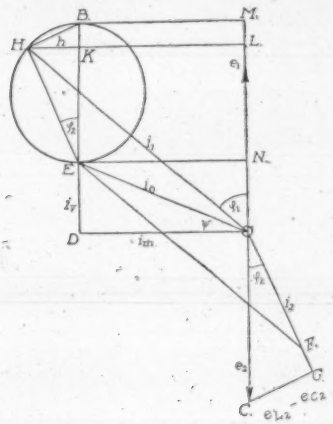

Fig. 8.

Nennen wir die Wirkungsgrade in Resonanz und bei Verstimmung η_R und η, letzteres bezogen auf die Gesamtleistung bei Resonanz, so ist

$$\frac{\eta}{\eta_R} = \frac{1}{1+\left(\frac{2\pi x}{\mathfrak{d}}\right)^2} = \cos^2\varphi_2 \text{ [1]}.$$

Diese Beziehung wollen wir auch aus dem Kreisdiagramm ableiten und damit seine Richtigkeit beweisen.

Aus dem Dreieck EHK folgt

$$\cos\varphi_2 = \frac{EK}{EH}$$

und aus dem Dreieck EHB

$$\cos\varphi_2 = \frac{EH}{EB},$$

da infolge der Lage des Punktes H auf dem Kreise letzteres ein rechtwinkliges ist. Infolgedessen ist auch

$$\cos^2\varphi_2 = \frac{EK}{EB} = \frac{LN}{MN} = \frac{\eta}{\eta_R},$$

was nachzuweisen war, um die Richtigkeit der Konstruktion des Kreisdiagramms zu erhärten.

Die Selbstinduktionen in einem beliebigen Punkte und bei Leerlauf sind gegeben durch

$$\omega L = \frac{e_1}{i_1}\sin\varphi_1$$

$$\omega_0 L_0 = \frac{e_0}{i_0}\sin\varphi_0.$$

Halten wir, wie in der Fig. 8, den Flux konstant [1]), so ist

$$\frac{e_1}{\omega} = \frac{e_0}{\omega_0}$$

und daher, wenn wir die Strecke HK mit h bezeichnen:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{i_0}{i_1}\cdot\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_0} = \left(\frac{i_0}{i_1}\right)^2\left(1 \pm \frac{h}{i_m}\right),$$

wobei das $+$-Zeichen für das Gebiet oberhalb und das $-$-Zeichen für das Gebiet unterhalb der Resonanz gilt.

Dieser Wert müßte nun durch η_R, φ_0 bzw. ψ, und φ_1 oder φ_2 ausgedrückt werden und könnte dann zur Berechnung von L/L_0 dienen. Wir haben dies versucht, glauben aber, von der Mitteilung der sehr komplizierten Formel absehen zu können, da sie zu unübersichtlich ist, um in Frage zu kommen für eine Diskussion, wie sich L/L_0 mit den Variabeln ändert. Eine viel klarere Vorstellung, besonders der Grenz- und Übergangsfälle gewinnt man durch Interpretation des Ausdrucks

$$\left(\frac{i_0}{i_1}\right)^2\left(1 \pm \frac{h}{i_m}\right)$$

an Hand des Diagramms (Fig. 8).

Besonderes Interesse erweckt der Fall, wenn

$$\frac{h}{i_m} = -1, \text{ d. h. } L/L_0 = 0$$

wird; dies tritt ein, wenn der Kreis den e_2-Vektor berührt. Die analytische Bedingung, die sich ohne weiteres aus der geometrischen Figur ergibt, lautet

$$\operatorname{tg}\psi = 2\,\frac{1-\eta_R}{\eta_R}.$$

Nimmt der Verlustwinkel noch größere Werte an, als dieser Gleichung entspricht, so schneidet der Kreis den e_2-Vektor, und $1 - \frac{h}{i_m}$ und damit L/L_0 wird negativ, d. h. der elektro-mechanische Transformator wirkt elektrisch als Kapazität. Das Diagramm nimmt dann folgende Gestalt an (Fig. 9). Nennt man die Schnittpunkte des Kreises mit der Spannungslinie P und Q, so bestimmen diese beiden Punkte die beiden Verstimmungswinkel φ_2' und φ_2'', in denen der Transformator als reiner Ohmscher Widerstand wirkt. Auf dem Kreisbogen $QEBP$ tritt zum Widerstand eine Selbstinduktionswir-

1) Dies folgt aus der bekannten Dämpfungsformel

$$\mathfrak{d} = 2\pi x\sqrt{\frac{(y/y_0)^2}{1-(y/y_0)^2}},$$

worin y_0 und y die Amplituden bei Resonanz und Verstimmung bedeuten.

1) Hierdurch findet die früher unbeantwortet gebliebene Frage ihre Erledigung, was bei der Aufnahme der Resonanzkurve unter konstanter Erregung zu verstehen ist.

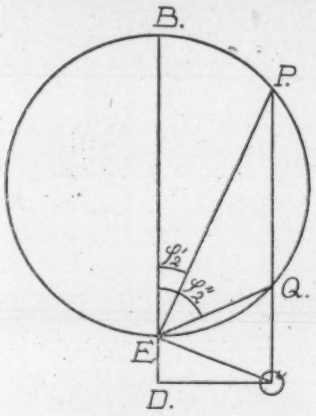

Fig. 9.

kung und auf dem restlichen Kreisbogen PQ eine Kapazitätswirkung. Hierbei entspricht der zu EB links liegende Halbkreis den Frequenzen oberhalb und der rechts liegende den Frequenzen unterhalb der Resonanz, während der Punkt B dem Resonanzpunkt und der Punkt E den Frequenzen 0 und ∞ entspricht.

In den Fig. 10 und 11 haben wir für zwei Fälle (elektromechanische Transformatoren in Wasser und Luft) die Abhängigkeit von L von der Verstimmung als Kurve aufgetragen, wie sie sich aus den Kreisdiagrammen ergibt, die für zwei durch Beobachtung gewonnene Wertgruppen von η, $\mathfrak{d}$ und ψ gezeichnet sind. Durch

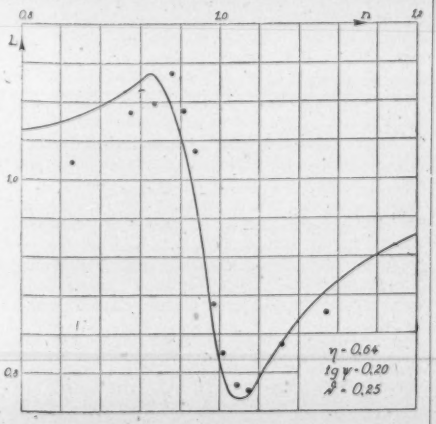

Fig. 10.

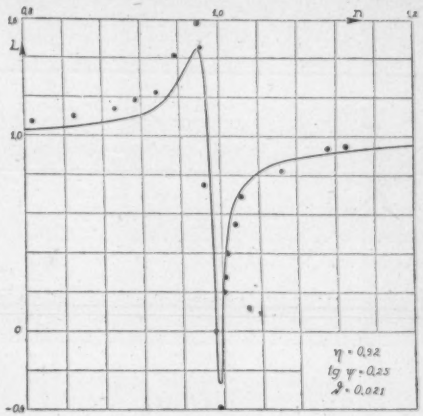

Fig. 11.

Punkte markiert sind gleichzeitig die direkt beobachteten Werte, wie sie sich aus Spannung, Strom, Leistung und Frequenz ergeben. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung eine gute, insbesondere ist für die Kurve in Luft die Kapazitätswirkung sowohl bei Beobachtung wie bei Berechnung in gleichem Maße vorhanden.

Daß Telephone gelegentlich als Kapazitäten wirken können, ist u. a. von Wagner in seiner Arbeit zur Verbesserung des Telephons[1]) schon erwähnt worden. Auch hat er ganz ähnliche Kurven für die Abhängigkeit von L und w von der Frequenz gefunden. Eine diagrammatische Auswertung seiner Beobachtungen und Vergleiche mit der Theorie war uns leider nicht möglich, da hierfür einige experimentelle Angaben fehlen.

Bei der Untersuchung von Telephonen wird man nämlich nicht, wie bei den unseren Angaben zugrunde liegenden Schallgebern für große Leistungen, den Ohmschen Spannungsabfall in der Spule vernachlässigen können; es besteht aber gar keine Schwierigkeit, das Diagramm dahin zu erweitern[2]), indem man in Richtung des Stromes den Spannungsabfall durch Ohmschen Widerstand aufträgt und aus dieser und der Klemmenspannung die Feldspannung ermittelt. Ob eine Untersuchung nach den Gesichtspunkten des elektro-mechanischen Transformators eine Verbesserung des Telephons bringen würde, ist nicht ohne weiteres zu bejahen, da es bei diesem Apparat nicht so sehr auf große Lautstärke in Reso-

1) Elektrotechnische Zeitschrift 1911, 80 ff.
2) Siehe Kapp, Transformatoren.

nanz, als auf gute Klangfarbe und Zeichnung der menschlichen Sprache unterhalb der Resonanz ankommt; immerhin erscheint uns eine Untersuchung von diesem Gesichtspunkt aus lohnenswert.

Zusammenfassung.

In vorstehenden Ausführungen ist gezeigt worden, daß ein Schallgeber, wie er prinzipiell in einem Telephon vorliegt, theoretisch als elektrischer Transformator behandelt werden kann, indem die mechanische Wirkung der Ankerbewegung durch elektrische Vorgänge gedanklich ersetzt wird.

Es sind die Diagramme solcher elektromechanischer Transformatoren für Resonanz und Verstimmung aufgestellt. Aus ihnen sind wichtige Beziehungen zwischen den elektrischen und mechanischen Größen abgeleitet, die auch durch Beobachtungen bestätigt werden.

Kiel, im Dezember 1918.

(Eingegangen 22. Dezember 1918.)

Über den Sehraum.

Von Hans Witte.

Dritte Mitteilung: Zur scheinbaren Größe des Mondes.

(Mit Tafeln III u. IV.)

1.

Beim Sehraum gehen die Grundfragen auf die scheinbare Entfernung und die scheinbare Größe. Kurz (nach Hering): Sehferne und Sehgröße.

Über die Sehferne des Mondes kann man unmittelbar nicht wohl ins reine kommen. Eine Schwierigkeit habe ich in meiner ersten Mitteilung ausgeführt. Es gibt noch mehr.

Die Sehgröße des Mondes erlebt man dagegen unmittelbar. Der Mond sieht (im Durchschnitt) so groß aus wie ein kleiner bis mittelgroßer Teller, etwa 20 cm. Entsprechende Maße gelten für die Sonne, für Sternabstände, für Kometen, Feuerkugeln usw.

Diese Behauptung habe ich in meiner ersten Arbeit[1]) einfach hingestellt und darauf die weiteren Schlüsse aufgebaut. Die folgenden Zeilen beabsichtigen, die Behauptung gegenüber etwaigen Zweifeln zu erhärten.

2. Zweifel.

Euler[2]) lächelt über die Leute, die den Mond für einen Schweizerkäse halten; Lichtenberg[1]) tadelt einen geistlichen Freund, der den scheinbaren Halbmesser eines Sonnenhofes (Halo) in Schuhen angegeben hatte; Gauß[2]) rückt ab von den „Personen, die den Mond nach Teller- oder Wagenräderbreiten schätzen". Die Physik liebt den Tellermond nicht. Auch sonst wollen manche nachdenklichen Leute nichts von ihm wissen.

Der Grund ist leicht anzugeben. Er liegt in dem zahlenmäßigen Mißverhältnis. Und zwar nach beiden Seiten. In einer Weise findet das Nachdenken den Tellermond zu klein, in anderer Weise zu groß.

Das erste bezieht sich auf die wirkliche Größe des Mondes. Der Mond ist 3600 km groß. Dies weiß der denkende Mensch, und deshalb schämt er sich des Tellers.

Das zweite bezieht sich auf den Sehwinkel des Mondes. Man wendet vielleicht ein, da könne von einem Mißverhältnis keine Rede sein, zwischen einer Streckengröße und einem Winkel gebe es überhaupt kein Verhältnis. Zugestanden; dann läge darin nur ein weiterer Grund, den Teller abzuweisen. Aber der Sehwinkel kann gewissermaßen auch als Strecke erlebt werden. Wer zeichnet, mißt den Sehwinkel mit dem Zeichenstift ab, indem er den Stift mit ausgestrecktem Arm quer vor den fernen betrachteten Gegenstand hält und passend abgreift.

In ähnlicher Weise greifen viele Menschen mit den Fingern ab oder mit beiden Händen, wenn sie sich überzeugen wollen, wie groß ein ferner Gegenstand „wirklich aussieht". Vielleicht ist das ein Rest einer ganz ursprünglichen, rein flächenhaften Raumauffassung, wobei alles in Greifnähe gesehen wird. Blindgeborene, die später durch eine Operation das Augenlicht gewinnen, sehen anfangs flächenhaft, und zwar meist greifnah. Kinder greifen nach allem; auch dem Mond. Jedenfalls kann man bei vielen Erwachsenen, selbst wissenschaftlich gebildeten, die Probe machen: Man fragt sie zuerst, wie groß der Mond aussieht, bekommt als Antwort den Teller, vielleicht gar anschaulich mit den gerundeten Händen gezeigt „so groß!"; dann sagt man: Nun messen Sie mal nach, wie groß er wirklich aussieht — die Antwort erfolgt in den meisten Fällen, wie oben geschildert, die Gefragten greifen den Mond mit den Fingern ab. Viele haben das auch schon früher von selber gemacht und wissen, was herauskommt.

---

1) Diese Zeitschr. 19, 142, 1918.

2) Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände der Physik und der Philosophie, französisch, Bd. 1, 138, London 1775. (Brief vom 1. 8. 1760).

1) Georg Christoph Lichtenbergs Briefe, herausgegeben von Chr. W. Lichtenberg Bd. 1, 10, Göttingen 1846, (Brief vom 18. 6. 1784).

2) Briefwechsel zwischen Gauß und Bessel, herausgeg. von der Preuß. Akad. d. Wiss. 1880, S. 498 (Brief vom 9. 4. 1830).

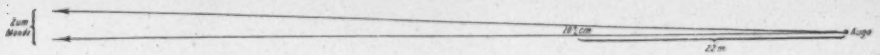

Fig. 1.

Gewiß entspricht dies Winkelmeßverfahren nicht gerade wissenschaftlichen Genauigkeitsanforderungen. Die Schwankungen betragen mehr als 100 Proz., je nachdem der Arm ausgestreckt oder gebeugt wird. Grundsätzlich ist aber das Ergebnis das gleiche. Das Mißverhältnis gegenüber dem Teller springt in die Augen. Bei diesem „Nachmessen" greift man noch nicht einen Finger breit ab, kann man doch den Vollmond bei ganz ausgestrecktem Arme bequem mit einem Pfennig verdecken[1]).

3.

Im ganzen haben sich aber die Forscher nur sehr selten die Mühe gegeben, solche Gründe zur Widerlegung des Tellermondes ausführlich zu entwickeln. Wo es einmal ausnahmsweise geschieht, findet sich wohl eine dritte Überlegung. Ich möchte sie zunächst mit den Worten Lichtenbergs wiedergeben (als er das geistliche Fußmaß für den Himmel zurückweist):

„Will man aber je scheinbare Größen durch Fußmaße ausdrücken, so muß man notwendig sagen, wie weit man sich dieses Maß vom Auge denkt. So ist es z. E. ganz ordentlich gesprochen, wenn ich sage: Der Mond sieht mir so groß aus, als ein zinnerner Teller, den ich 10 Fuß vom Auge weg halte; denn nun wird der Winkel, der die scheinbare Größe ist, gleich gegeben, sobald nur der Durchmesser des Tellers gegeben ist" . . .

Das heißt: Ein Teller allein besagt gar nichts. Halte ich den Teller nah vors Auge, so sieht er groß aus, hängt er hinten an der Wand, oder sehe ich ihn gar fern im Gelände, so sieht er klein aus und immer kleiner. Wenn nicht hinzugefügt wird, in welcher Entfernung vom Auge sich der Teller befinden soll, so hat die Aussage „so groß wie ein Teller" keinen Sinn. Da nun gewisse Menschen bestimmt sagen, sie sähen den Mond so groß wie einen Teller, müssen sie sich ganz offenbar diesen Teller in einer ganz bestimmten Entfernung vom Auge denken. Welches ist diese Entfernung?

1) Nämlich auf 70 cm Entfernung vom Auge mit einem Kreisscheibchen vom Durchmesser 6,3 mm (für den mittleren Mondsehwinkel von 31′ 8″).

Offenbar, sagt Lichtenberg, ist es diejenige Entfernung, in welcher der Teller den Mond gerade verdecken kann. Denn in dieser, und nur in dieser, Augenentfernung wird der Teller genau unter demselben Sehwinkel wie der Mond gesehen, erzeugt dasselbe Netzhautbild im Auge wie der Mond (Fig. 1).

Die wirkliche Größe des Mondes beträgt 3600 km, die wirkliche Entfernung des Mondes 400 000 km, der Mond-Sehwinkel, durch beide bestimmt, etwa $^1/_2{}^0$ (in Fig. 1 und 2 übertrieben groß gezeichnet). Einen Teller breit — nehmen wir als durchschnittliche Zahl 20 cm — sperrt dieser Mond-Sehwinkel auseinander auf etwa 22 m Entfernung vom Auge. Wer also sagt, der Mond sehe ihm so groß wie ein 20 cm-Teller aus, muß sich notwendigerweise den Teller 22 m weit vom Auge entfernt denken. Dann ist es „ganz ordentlich gesprochen". Andernfalls hat die Aussage keinen Sinn.

Und daraus nun der Schluß: Wenn einer durchaus den Mond mit einer in 22 m Entfernung befindlichen, und demzufolge 20 cm großen Scheibe vergleichen will, dann kann er das ja natürlich tun. Aber ebensogut kann er natürlich im selben Augenblick eine Deckscheibe auf 11 m Entfernung anbringen, dann muß die Scheibe 10 cm groß gemacht werden, und der Mond sieht so groß aus wie diese 10-cm-Scheibe. Oder er denkt sich die Deckscheibe auf 44 m Entfernung 40 cm groß, dann sieht der Mond so groß wie diese 40-cm-Scheibe aus. Und so weiter ohne Ende, wie es einem gerade paßt (vgl. Fig. 2). Die Scheibe gerade auf 22 m zu denken, also 20 cm groß, und den Mond dieser Scheibe gleichsetzen, ist zwar zulässig, jedoch durchaus willkürlich. Alle die anderen möglichen Vergleichsentfernungen und Scheibengrößen haben das gleiche Recht.

Für sich allein ist der 20-cm-Vergleichsteller schlechthin unsinnig; denkbar nur als willkürlicher Einzelfall einer unendlichen Menge gleichberechtigter Möglichkeiten, und mit dem ausdrücklichen Zusatz: Augenentfernung 22 m.

4.

Manchmal wird dieser dritte Einwand auch noch umgedreht. Die Zahl nicht nur auf den Teller bezogen, sondern auch auf den Mond. Dann heißt er folgendermaßen:

Fig. 2.

Wenn jemand den Mond so groß wie einen Teller sieht, so darf man umgekehrt fragen: An welche Stelle des Mond-Sehwinkels verlegt der Mann in Gedanken den Mond?

Je näher er sich nämlich den Mond denkt (fährt man fort), um so kleiner muß er ihn sehen. „Je näher, um so kleiner", heißt ja der feste Grundsatz alles räumlichen Sehens bei fest gegebenem Sehwinkel. Volkstümlich gesprochen: Aus dem Sehwinkel kann der Mond bzw. das gedachte Mondbild nicht heraus. Es muß den Sehwinkel immer ganz genau ausfüllen, einerlei auf welche Entfernung es der Beschauer in Gedanken verlegt. Man vergleiche nochmals die Fig. 2, jetzt bedeuten die Scheiben (40 cm, 20 cm, 10 cm usw.) gedachte Mondbilder.

Einen Teller breit — 20 cm — sperrt der Mond-Sehwinkel auseinander auf 22 m. Wer also den Mond einen Teller groß sieht, verlegt den Mond auf eine scheinbare Augenentfernung von 22 m.

Ebensogut kann er den Mond aber nun im selben Augenblick auf 11 m legen und 10 cm groß sehen, oder auf 44 m Entfernung 40 cm groß, usw. usw., wie oben.

5.

Zusammengefaßt, im Sinne Lichtenbergs und seiner Genossen:

Der Mond kann im selben Augenblick ebensowohl so groß gesehen werden wie ein Dosendeckel (10 cm), ein Teller (20 cm), eine Waschschüssel (40 cm) usw.; und umgekehrt der Dosendeckel, der Teller, die Waschschüssel usw. so groß wie der Mond. Nur muß man sowohl den Mond wie den Vergleichsgegenstand in Gedanken in diejenige Entfernung vom Auge bringen, wo die Vergleichsscheibe den Mond deckt. Soll es nun gerade einmal ein Teller (20 cm) sein, dann auf 22 m.

6.

Dieser dritte Einwand gibt also dem Tellermond immerhin ein gewisses verhältnismäßiges Recht, oder wenigstens eine verhältnismäßige Möglichkeit. Indessen knüpft sich gerade an die Entfernung von 22 m, die der Einwand für notwendig erklärt, ein letztes Bedenken.

Ob jemand den Mond auf 22 m verlegt, bleibe dahingestellt. Den Vergleichsteller verlegt auf 22 m kein Mensch.

Abgesehen natürlich von mathematisch Gebildeten, die sich sagen, da gehört der Teller hin, und sich deshalb einreden, sie sähen ihn da. Der Unbefangene denkt meistens über die Entfernungsfrage überhaupt nicht nach. Achtet man aber genauer auf, so zeigt sich, daß ihm wohl eine Entfernung vorschwebt. Jedoch keineswegs die Entfernung 22 m, daran denkt er nicht und davon fühlt er nichts. Es ist bemerkenswerterweise die allernächste Nähe, insbesondere die Greifnähe.

Oben wurde bereits geschildert, was sehr viele Leute auf die Frage „Wie groß sieht der Mond aus?" tun. Sie formen den 20-cm-Teller mit den Händen. Die Hände halten sie dabei in bequemer Greifhaltung vor dem Körper, wie man sie halten würde, wenn man einen wirklichen Teller darin hielte. Steht zufällig ein passender Teller auf dem Tische, oder findet sich, noch besser, in der Nähe eine ebenso große gelbliche Scheibe, so wird sie gern gleich in die Hand genommen: „der Mond". Allem Augenschein nach ist die Meinung dabei die, man könne den Mond eigentlich, wenn man die Hände hebt, mit der Scheibe oder dem Teller unmittelbar verdecken, oder ihn in die gerundeten Hände einrahmen. Daß dies wirklich die Meinung ist, zeigt sich, wenn man den Versuch in der oben (2) geschilderten Weise fortsetzt. Diejenigen Leute, welche die Probe zum ersten Male machen (und das sind mehr, als man denkt), verraten ein unverkennbares Erstaunen. Sie wundern sich, daß die Hände mehr als 40 mal zu weit fassen. Also hatten sie geglaubt, der Mond passe in die Hände hinein, der greifnahe Teller decke den Mond ab.

7. Eigene Versuche (gemeinsam mit Herrn E. Laqueur).

Im ganzen sind das wohl Schwierigkeiten genug. Man versteht, wenn unsere physikalische Wissenschaft den Tellermond abwies. Als Herr Laqueur[1]) mich zum Nachdenken über den Tellermond anregte, haben wir in den Fachar beiten viel gesucht, aber zunächst nichts gefunden. Die Grundversuche über das Erleben des Tellermondes hatten wir mit Hunderten von Versuchspersonen durchgeführt, da entdeckten wir endlich eine Quelle, aus der sich in vollen Maßen Zustimmung schöpfen ließ (von Sterneck), zwei andere (von Kries und Höfler) fand ich erst nach der Niederschrift des ersten Aufsatzes.

Unsere gemeinsamen Versuche zerfielen in drei Gruppen.

8.

a) Die Versuchspersonen wurden einfach gefragt: Wie groß sieht der Mond aus?

Sie zeigten dann mit den gerundeten Händen, malten einen Kreis in die Luft vor sich hin, verglichen mit runden Gegenständen („wie

1) Vgl. diese Zeitschr. 19, 151, 1918.

ein ..."), griffen nach einem zufällig vorhandenen Vergleichsgegenstand, usw.

Das Ergebnis war im Durchschnitt ein Durchmesser von (etwa) 20 cm. Beim Vergleichen wurde z. B. gesagt: wie ein Dessertteller (ein Professor), wie ein Schinkenteller (ein Geheimrat), kopfgroß (ein Maler), wie eine Dienstmütze (verschiedene Kanoniere).

b) Papierscheiben von 1 cm bis 50 cm Durchmesser wurden vorgelegt, die Versuchspersonen sollten angeben, ob eine passende darunter wäre.

Das Ergebnis war das gleiche.

Natürlich bestand die Gefahr, daß sich die Versuchspersonen durch die vorhandenen Scheiben beeinflussen ließen; insbesondere, daß sie sich gedrängt fühlten, eine mittelgroße zu wählen. Dem wurde begegnet, indem manchmal nur größere, manchmal nur kleinere vorgelegt wurden.

c) Die Versuchspersonen sollten auf einem großen Blatt Papier oder einer Wandtafel zeichnen, wie groß.

Hier war zu vermeiden, daß die Blatt- oder Tafelgröße einen Einfluß übte. Die Zeichenfläche wurde deshalb möglichst groß, aber verschieden groß genommen. Manchmal ein Quartblatt, manchmal eine Wand.

Auch hier war das Ergebnis im Durchschnitt die Scheibe vom Durchmesser etwa 20 cm.

9.

Abweichungen kamen in allen drei Fällen vor. Insbesondere schienen Kurzsichtige etwas kleiner, Kinder etwas größer zu zeigen. Für die weiteren Schlüsse ist das Wesentliche: die Abweichungen waren selten und gering. Der „Teller" zeigte sich als ein durchaus fester mittlerer Wert, der von weitaus den meisten Versuchspersonen mit großer Annäherung immer wieder angegeben wurde [1]).

Ähnliche feste Maße und von ähnlicher Größenordnung fanden sich bei der Sonne, bei Sternabständen, bei Wolken und anderen himmlischen Gebilden mehr.

Die Versuchspersonen gehörten allen erreichbaren Berufen und Lebensaltern an. Herr Laqueur hatte in seiner damaligen Stellung als Abteilungsarzt ein besonders reichhaltiges und vielseitiges Material an den Offizieren und Mannschaften der hiesigen Ersatzabteilung. Wie die Fragenden streng vermieden, den Versuchspersonen irgendwelche Angaben nahe zu legen, so wurde selbstverständlich auch auf alle Weise verhindert, daß die Versuchspersonen einander beeinflußten.

1) Und zwar sowohl, wenn der Mond gleichzeitig am Himmel sichtbar war, wie auch aus dem Gedächtnis.

10. Andere Belege.

Da die Wissenschaft den Tellermond scheel ansieht, könnte man vielleicht doch zweifeln, ob unsere Ergebnisse allgemein gelten. Ich erlaube mir daher zunächst, mich auf die unter 7 genannten Forscher zu berufen.

Herr v. Sterneck sieht den Mond, je nachdem der Mond hoch oder tief steht, 10 cm bis etwa 30 cm groß, ausnahmsweise bei besonderen Lichtverhältnissen (Dämmerung) noch etwas größer, bis 41 cm. Versuchspersonen haben ihm ähnliche Angaben gemacht. Für Sonne, Sterne, Wolken findet er Werte von gleicher Größenordnung. Herr v. Sterneck verfügt über eine besonders feine Empfindlichkeit in diesen Schätzungen, sie ermöglicht ihm, außerordentlich genaue Zahlen anzugeben. Seine Theorie der „Referenzflächen" ist auf diese Zahlen gegründet; ich darf auf sein Buch [1]) sowie auf die Bemerkungen in meinem ersten Aufsatz verweisen.

Herr Höfler hat schon vor Jahren mit zahlreichen Versuchspersonen ähnliche Schätzungen angestellt wie wir, und hat denselben Durchschnittswert für den Mond erhalten [2]).

Herr v. Kries sieht die Himmelskörper wieder in gleicher Größenordnung [3]). Er weist selber auf die „Unsinnigkeit einer solchen Schätzung" und das „auffällige Mißverhältnis" zur Winkelgröße und Entfernung hin, bemerkt aber ausdrücklich, daß die Himmelskörper „ich weiß nicht, ob von allen, aber jedenfalls von sehr vielen Personen direkt in einer ganz bestimmten absoluten Größe wahrgenommen werden", und bemerkt über die Frage der scheinbaren Vergrößerung des Mondes am Horizont, daß ihm diese absoluten Größeneindrücke „als vorzugsweise merkwürdig und als der notwendige Ausgangspunkt aller speziellen Erklärungsversuche" erscheinen.

11.

Im 18. Jahrhundert haben Gelehrte sogar Teller und Schuhe noch als himmlische Maße benutzt. Lichtenberg klagt: „Sie können nicht glauben, was die Schriften so gar mancher Physiker von diesem Fehler wimmeln". Dieser wissenschaftliche „Fehler" reicht aber bis in unsere Zeit. Er findet sich in dem nicht ganz verschwundenen Zollmaß für den Betrag einer Verfinsterung von Sonne oder Mond. Der

1) R. v. Sterneck, Der Sehraum auf Grund der Erfahrung, Leipzig, Barth. 1907.

2) A. Höfler, Didaktik der Himmelskunde, Leipzig, Teubner. 1913, S. 195. Seine Ausführungen in den Atti del V. congresso internazionale di psicologia tenuto in Roma 1905, S. 188 waren mir leider nicht zugänglich.

3) J. v. Kries, im Handbuch der Physiol. Optik von H. v. Helmholtz, 3. Aufl. 1910, 3. Bd., herausgeg. von v. Kries, Zusätze S. 492 f.

Durchmesser des Mondes oder der Sonne wird in 12 Zoll geteilt: 12 Zoll sind ein Fuß, 30 cm, der aufgehende Tellermond, die Tellersonne. In J. G. F. Bohnenbergers Astronomie von 1811 ist der Zoll für Sonnen- und Mondfinsternis noch das „gewöhnliche" Maß. Rückwärts weist dieser Fuß-„Fehler" bis ins Altertum. Die Sonne Homers, die auch uns noch lächelt, ist dieselbe fußgroße Sonne. Aetios[1]) (100 n. Chr.) berichtet von Heraklit (500 v. Chr.), dieser meine, die Sonne sei so groß, wie sie aussehe, nämlich einen Fuß groß, euros podos anthropeiou. Zwischen beiden steht Epikur mit derselben scheinbaren Größe (... phainetai), dem Epikur folgt Lukrez: Das Rad der Sonne ist nicht wesentlich größer, als es aussieht,

Nec nimio solis major rota nec minor ardor
esse potest, nostris quam sensibus esse videtur,

ähnlich der Mond und die Sterne[2]).

Mit Vorbehalt möchte ich ein anderes Maß ähnlich aus ursprünglicher Größenanschauung herleiten, unseren Winkelgrad. Die Sonne legt im Tierkreis an einem Tage rund einen Winkelgrad zurück, oder rund das Doppelte ihres eigenen scheinbaren Durchmessers. Also im Maße Heraklits und Lukrez' zwei Fuß. Das lateinische Wort gradus ist aber eigentlich ein Längenmaß und bezeichnet einen einfachen Schritt, $2^1/_2$ Fuß. Die Sonne macht danach täglich am Himmelsgewölbe einen Schritt; der ganze Tierkreis, rund um den Himmel herum, mißt 360 Schritte.

Fest steht, daß die Babylonier und die Assyrer solche Maße hatten[3]). Dem König wird keilschriftlich mitgeteilt, wieviel Zoll der Tagesbogen der Sonne sich ändert. Die Annäherung des Saturns an die Venus, der Ort von Planeten am Himmel überhaupt wird angegeben in Elle und Zoll, in Zoll die Finsternisse gemessen (700 v. Chr.).

12.

Verläßt man die Kreise der Wissenschaft und sucht Zeugnisse für das allgemeine Empfinden früherer Zeiten, so mehren sich die Belege, ohne doch wesentlich unschärfer zu werden.

Gauß weist das Teller- und Wagenrad-Schätzen den Nichtastronomen zu. Damit räumt er ein, daß seine Zeitgenossen den Mond so sehen. Ähnlich Euler „das Volk". (Übrigens nimmt Euler sich selber nur aus bezüglich des Wissens, nicht bezüglich des Scheins; „le peuple s'imagine que la lune est égale à un fromage de Suisse"; etwas später legt er Philosophen die Worte in den Mund: Wir sehen die Sonne nicht größer als eine Waschschüssel, da schließt er dem Zusammenhang nach sowohl seine hohe Briefempfängerin wie sich selber ein.)

Märchen, Sagen, religiöse Vorstellungen spiegeln das Bild, das Jahrhunderten vor Augen stand.

Die Söhne der Sonne, die Herrscher von Peru, bildeten ihre Mutter bzw. ihren Vater als flammenumgebenes menschliches Gesicht. Der letzte Inka Atahualpa sah als Unglückszeichen kurz vor seinem Tode einen Kometen von der Dicke eines Mannes (1533[1])). Das Mittelalter glaubt die Kometen als Lanzen, Schwerter, Zuchtruten Gottes. Den Regenbogen tragen Engel in Schüsseln. Engel usw. erscheinen am Himmel. Durch die Wolken stürmt Wodans Roß, jagen die Walküren, bei der Götterdämmerung frißt der Fenriswolf den Mond.

Australische Märchen erzählen, der Mond sei ein an den Himmel geworfenes Emu-Ei. Ein Eskimo-Märchen erklärt die dunklen Flecke auf dem Mond dadurch, daß die Sonne dem Mond das Gesicht mit Lampenruß geschwärzt habe[2]).

Das Altertum kennt die Sagen von Helden, die an den Himmel versetzt wurden. Die Maße passen wieder; „Herkules", „Orion" u. a. sind Riesen, sowie man sich Riesen denkt, z. B. Orion von Rigel bis Bellatrix im Meridian 3 Mann hoch. Auch anderes paßt, der große Himmelswagen ist ein großer Wagen, u. a. m. Anderes nicht, das ist kein Wunder, bei manchen Sternbildern, wie der Krone, mag der Formeindruck zwingend gewirkt haben, manche sind auch Verlegenheitsschöpfungen, wie der Krebs. Am besten passen immer Sonne und Mond. Thessalische Hexen ziehen den kopfgroßen Vollmond an einer Kette herab[3]). Die Mond-

1) „Plutarch", Varia Scripta, Editio Tauchnitiana, Leipzig, Tauchnitz, 1873, Bd. 5, S. 265 ff. Herrn Oberschulrat Dr. Brandes in Wolfenbüttel bin ich für freundlichen Nachweis dieser Stelle und für mehrfache weitere Hilfen bei literarischen und sprachlichen Fragen zu besonderem Danke verpflichtet.

2) Lukrez, De rerum natura, herausgegeben von C. Lachmann, Berlin 1850, S. 175 f. (Buch 5, Vers 564 ff.). Die Gleichsetzung von scheinbarer und wirklicher Größe erklärt sich aus Lukrez' Lichttheorie.

3) C. Bezold, Astronomie, Himmelsschau und Astrallehre bei den Babyloniern. Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse, 1911, 2. Abhandlung. Herr Geheimrat v. Kries in Freiburg hatte die Güte, mich auf diese Schrift aufmerksam zu machen.

1) Alexander v. Humboldt, Ansichten der Natur, Stuttgart und Augsburg 1860, 2. Bd., S. 274.

2) M. B. Weinstein, Entstehung der Welt und der Erde nach Sage und Wissenschaft. Leipzig, Teubner 1913, 49, 62.

3) Vgl. hier und im folgenden W. H. Roscher, Ausführliches Lexikon der griechischen und römischen Mythologie, 12. Lieferung S. 1994, 35. Lieferung S. 3119, 36.

göttin Selene trägt auf dem Kopfe den hörnerartigen, gelegentlich auch den vollen Mond. Ebenso Helios, wenn sie nicht heiligenscheinartig seinen Kopf umstrahlt, die Sonne. Von ägyptischen Gottheiten, Tefnut, besonders Amon-Re, sind die Bilder mit der Sonnenscheibe auf dem Kopf allgemein bekannt. Oft sieht man auch die Sonnenscheibe eingerahmt von den aufgeblähten Vorderkörpern zweier ägyptischen Brillenschlangen (Uräusschlangen, Naja haje).

„Siehe, es geht eine kleine Wolke auf aus dem Meere, wie eines Mannes Hand", 1. Kön. 18,

Aus vorgeschichtlicher Zeit kennen wir Sonnenscheiben aus Metall[1]). So die Sonnenscheibe von Trundholm auf Seeland, aus der Bronzezeit, sie mißt 24 cm.

13.

Die Beispiele ließen sich leicht vervielfachen, ebenso aus der Dichtung verschiedenster Zeiten und Völker, Reisebeschreibungen u. a. m. Ich nenne außer der „Sonnenblume", Helianthus L., nur die in Poesie und Prosa sehr beliebte „Sichel" des Mondes, eine Sichel ist 22 cm groß. Zahlen gewinnt man nochmals aus Landschaftsbildern, die den Mond enthalten.

Das allgemein Kennzeichnende ist hier wieder, daß der Mond, die Sonne usw. meist nicht sehwinkeltreu abgebildet wird, sondern viel größer.

Natürlich muß man die Bilder, um das entscheiden zu können, aus der richtigen Entfernung betrachten. Ein perspektivisches Landschaftsbild entsteht aus der wirklichen Landschaft, indem der Maler die räumlich verteilten Dinge auf eine Fläche, die Zeichenfläche, überträgt. Die Verhältnisse sind daher genau die gleichen wie oben unter 2 bei flächenhaftem Sehen. Nur daß die Entfernung der Zeichenfläche nicht notwendig gerade die obige „Greifentfernung" ist. Sie ist es nur dann, wenn der Zeichner die mit dem Stifte wie oben freihändig abgegriffenen Maße in gleicher Größe auf das Zeichenblatt hinübernimmt. Wählt er die Maße größer, so wird die Entfernung, aus der man das Bild betrachten muß (Augendistanz, Sehweite), größer, verkleinert er die Maße, so verkleinert sich entsprechend die Sehweite der Zeichnung. Nach einer alten Malerregel beträgt die Sehweite eines Bildes das $1\,^1/_2$fache seiner größten Ausdehnung; manchmal kann man sie aus schrägrechten Fluchtlinien von Gebäuden u. dgl. genau ermitteln. In allen Fällen ist die Bild-Sehweite diejenige Entfernung vom Auge, in der das Bild die wirkliche Landschaft Zug für Zug abdecken kann.

Bei einer Bildweite von 25 cm müßte demnach der Mond $2\,^1/_4$ mm breit gezeichnet werden (Fig. 3). Er ist eben innerhalb seines fest-

Fig. 3.

gegebenen Sehwinkels von $^1/_2{}^0$ (vgl. Fig. 2) auf eine Bildfläche herangerückt, die sich 25 cm von dem Auge des Beschauers befindet. Dies $2\,^1/_4$ mm breite Scheibchen (Fig. 3) deckt auf 25 cm Augenentfernung den Mond ab.

Es kommt vor, daß ein Maler den Mond wirklich so perspektivisch richtig zeichnet. Dann wirkt er auf alle unbefangenen Beschauer viel zu klein. Am schlagendsten zeigt sich das, wenn man den Mond photographiert. Fig. 4 und 5 (auf Tafeln III u. IV) zeigen Landschaften im Format 13×18, die Bildsehweite beträgt 18 cm (Brennweite des Objektivs), also der photographierte Mond bzw. die mit Blendglas photographierte Sonne 1,6 bis 1,7 mm im Durchmesser, wie in den Photographien ersichtlich (in den oberen, dunklen Rand eingetragen). Dies ist der perspektivisch richtige, sehwinkeltreue Mond oder Sonne, bei einer Bildsehweite von 18 cm. Selbst wer weiß, daß er so richtig ist, empfindet ihn, dem natürlichen Eindruck hingegeben, zu klein.

In dieselben Photographien hatte vorher ein Künstler nach seinem Empfinden Mond und Sonne eingezeichnet. Wie zu erwarten, ganz bedeutend viel größer. Vom perspektivischen Standpunkt „zu groß", nach dem natürlichen Empfinden „richtig" (vgl. Fig. 4 und 5, unter bzw. neben den photographierten Scheibchen[1]).

So groß zeichnen die Maler in ihren Gemälden Mond und Sonne in der Regel. Hun-

Lieferung S. 3137, 66/67. Lieferung S. 1137 u. 1155. Leipzig, Teubner, 1887, 1897, 1913. Herr Prof. Müller in Wolfenbüttel hatte die Freundlichkeit, mir diese Quelle zu erschließen, Herr Pastor Meyer in Semmenstedt, die nachfolgende Bibelstelle aus dem hebräischen Urtext getreu zu übersetzen und die Richtigkeit des wiedergegebenen (Lutherschen) Textes zu bestätigen.

1) Diese und viele andere Belege danke ich der gütigen Unterstützung durch Herrn Geheimrat Geitel in Wolfenbüttel.

1) Herr Kunstmaler Stegmann (Dresden und Wolfenbüttel) hat mir in eine große Anzahl von Photographien Sonne oder Mond eingezeichnet und mir freundlichst erlaubt, diese beiden, in bekannter künstlerischer Freiheit astronomisch nicht ganz unanfechtbaren, aber besonders vielseitigen Beispiele wiederzugeben.

dertfache Belege lassen sich leicht zusammenbringen, von niederster (gewisse Ansichtskarten) bis zu höchster Kunst (z. B. Dürer, Raffael, Rethel, Böhle, Richter, Schwind).

Bei vielen Bildern hat man auch ein unmittelbares Maß. Befinden sich Menschen im Vordergrund, so malt der Künstler den Mond so groß oder etwas größer wie ihren Kopf. Ein menschlicher Kopf mißt etwa 15×25 cm.

14.

Noch mehr Beweise anhäufen zu wollen, hieße die Geduld des Lesers ermüden[1]). Der Tellermond ist bewiesen.

Gewiß, er lebt nur in der Seele. Und das ist vielleicht der innere Grund, weshalb ihn die physikalische Wissenschaft bisher verschmäht. Aber die Physik hat eben Stellen, wo sie an dem Seelischen nicht vorübergehen kann. Grenzgebiete, wo beide stetig zusammenhängen. Wenn alte, immer wieder belebte Träume sich erfüllen sollten[2]), wäre ja überdies alles Leben, also auch alle Seele Physik — Zukunftsphysik!

Auch die heutige Physik wird dasjenige Gastrecht, welches sie der Harmonie der Töne, der Mischung und dem Gegensatze der Farben einräumt, dem Tellermond gewähren müssen. Und mit ihm demjenigen großen Gesamtbild, von dem er den ersten, aufdringlich greifbaren Einzelzug darstellt, dem Schraum.

1) Über himmlische Bewegungen vgl. einen späteren Aufsatz.

2) Vgl. A. Einstein, Ansprache zu M. Plancks sechzigstem Geburtstag, Karlsruhe 1918, S. 30.

Wolfenbüttel (Technische Hochschule Braunschweig), im September 1918.

(Eingegangen 6. Oktober 1918.)

Tagesereignisse.

Ein Institut für Kolloidforschung wurde zu Frankfurt a. M. aus den Mitteln der „Neubürger-Stiftung" errichtet und kürzlich in Betrieb genommen. Es befindet sich im Theodor Stern-Haus der Universität. Zum Leiter wurde Professor Dr. Bechhold ernannt.

Schon Paul Ehrlich erkannte die Bedeutung der Kolloidforschung. Seiner weitblickenden Initiative ist die Begründung des Instituts zu verdanken. Es soll eine Verbindung schaffen zwischen der reinen Wissenschaft und der Praxis. Die Kolloidforschung ist ein Zweig der physikalischen Chemie und bildet die Brücke zwischen der Welt der Organismen und der anorganischen Materie.

Die angewandte Kolloidforschung spaltet sich in zwei Richtungen: Die medizinisch-biologische ist dazu berufen, unser Wissen vom Organismus zu fördern und diese Erkenntnis nutzbar zu machen. Die andere will den „Kolloidindustrien" zur Seite stehen, die ihr Material meist aus der organisierten Materie beziehen (Gummi, Faserstoffe usw. usw.).

Das neue Institut ist das erste seiner Art und füllt eine wesentliche Lücke in den wissenschaftlichen Instituten Deutschlands aus.

Personalien.

Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen Dr. Paul Scherrer für Physik (mit einer Probevorlesung über „Zerstreuung von Licht- und Röntgenstrahlen durch Materie").

Ernannt: Der Assistent am Laboratorium für technische Physik an der Technischen Hochschule München Dr. Ing. Friedrich Noell zum Syndikus dieser Hochschule, der Privatdozent für organische und anorganische Chemie an der Universität Wien Dr. Franz Faltis zum a. o. Professor für Chemie an der Universität Graz, der Privatdozent an der Landwirtschaftlichen Akademie Bonn-Poppelsdorf Regierungslandmesser Dr. Paul Samel zum ord. Professor der Geodäsie und angewandten Mathematik ebendaselbst (als Nachfolger des im Kriege gefallenen Professor Georg Hillmer), der Privatdozent an der Universität Gießen Dr. Albert Peppler zum a. o. Professor der Meteorologie ebendaselbst, das Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Professor Dr. Eduard Grüneisen zum Geh. Reg.-Rat und Direktor der 2. Abteilung, die ständigen Mitarbeiter Dr. Erich Giebe und Dr. H. Schering zu Professoren und Mitgliedern, die Assistenten Dr. Wilh. Steinhaus und Dipl.-Ing. Vieweg zu ständigen Mitarbeitern der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin.

Berufen: Der ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Breslau Geh. Regierungsrat Dr. Johannes Gadamer in gleicher Eigenschaft an die Universität Marburg.

Verliehen: Dem a. o. Professor der allgemeinen und physikalischen Chemie an der Universität Graz Dr. Robert Kremann Titel und Charakter als ord. Professor.

Vom Lehramt zurück: Der a. o. Professor für Physikalische Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Herbert Freundlich.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Marburg, Geh. Regierungsrat Professor Dr. Ernst Schmidt, der ord. Honorarprofessor der Chemie an der Universität Heidelberg Dr. Paul Jannasch.

Gestorben: Der frühere Direktor der Technischen Staatslehranstalten in Chemnitz Geh. Hofrat Professor Rudolf Berndt.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. Peter Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

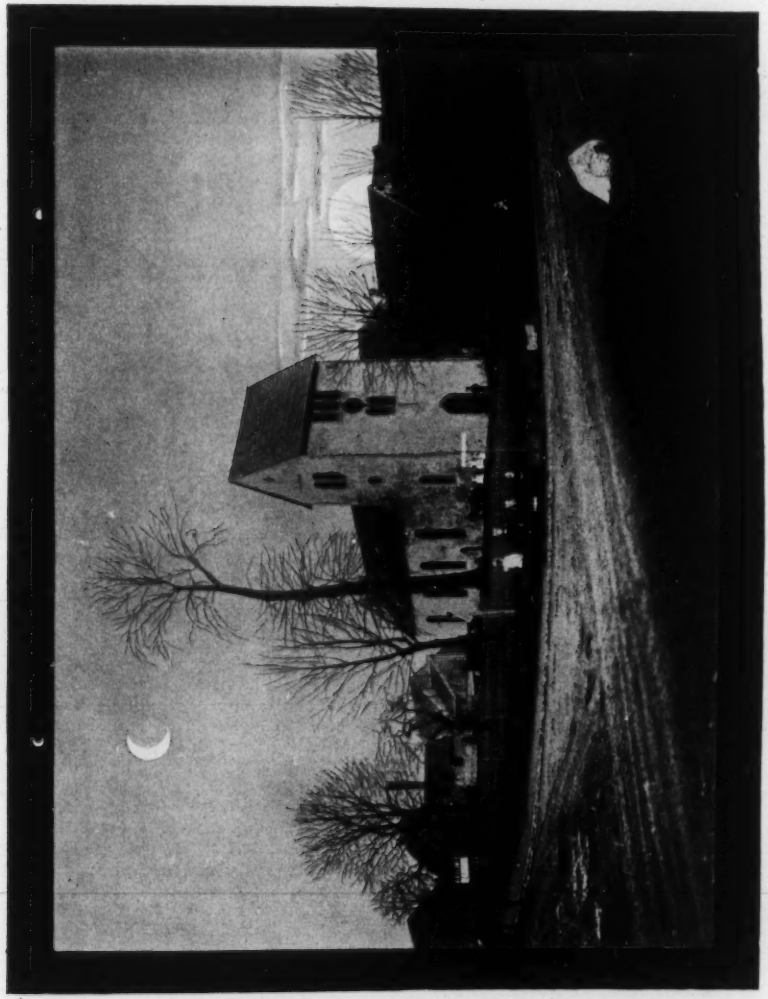

Fig. 4.

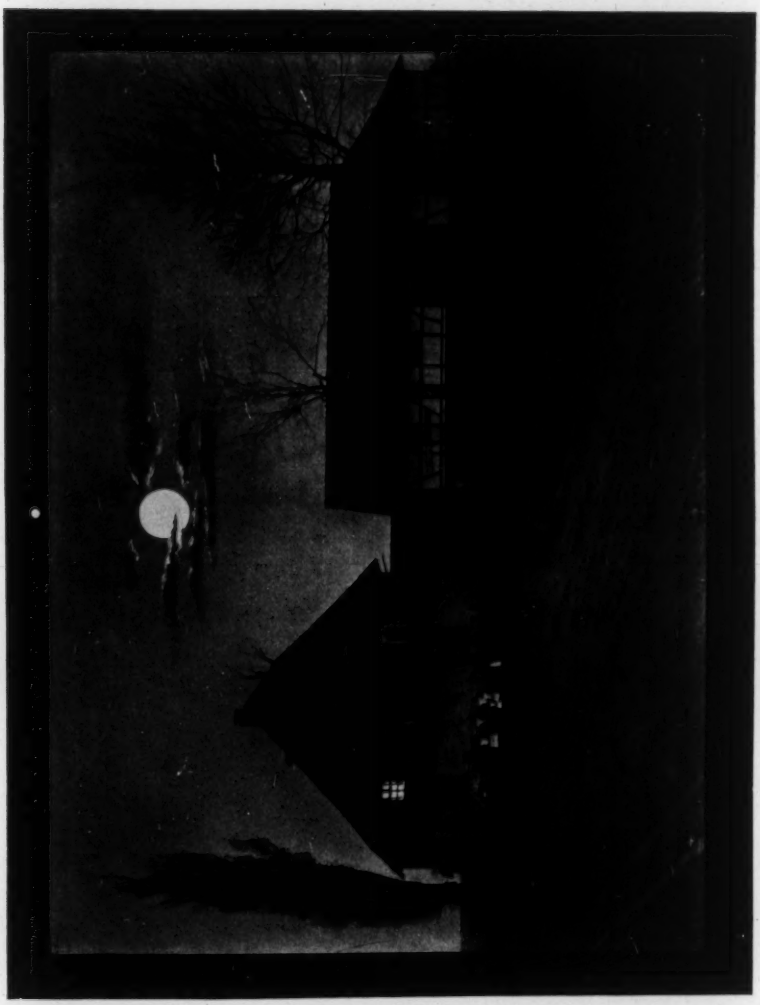

Fig. 5.